Chapitre III

Méthodes de calcul des régulateurs numériques

Chapitre 3. Méthodes de calcul des régulateurs numériques

Calculateurs numériques utilisés pour la régulation
Possibilités et avantages

- Choix important de stratégies pour la conception et le calcul des régulateurs
- Utilisation d'algorithmes plus complexes et plus performants que le *PID*
- Technique bien adaptée pour la commande:
  - *des procédés avec retard*
  - *des procédés caractérisés par des modèles dynamiques d'ordre élevé*
  - *des procédés ayant des modes vibratoires peu amortis*
- Permet de combiner le calcul des régulateurs avec l'identification des modèles de procédés (nécessaires pour le calcul) (ex.: logiciels WinPIM et WinREG d'Adaptech)

Régulateurs numériques – Méthodes de calcul

- PID numérique
- Placement de pôles en boucle fermée
- Poursuite et régulation à objectifs indépendants
- Poursuite et régulation à modèle interne
- Placement de pôles avec calibrage des fonctions de sensibilité

Remarques:

- *Tous les régulateurs auront la structure R-S-T (régulateur à deux degrés de liberté)*
- *Seule la « mémoire »(nombre de coefficients) change en fonction de la complexité du modèle du procédé à commander*
- *Les différentes méthodes de calcul peuvent être vues comme des cas particuliers du placement de pôles*
- *Le calcul et l'ajustement des régulateurs nécessitent la connaissance du modèle paramétrique échantillonné du procédé*

Régulateur PID numérique

• Résulte de la discrétisation du régulateur PID continu

• La méthode de calcul ne s'applique rigoureusement qu'aux:
- procédés modélisables par une F.T. de maximum du 2^e ordre
- retard pur inférieur à une période d'échantillonnage

• La méthode de calcul est un cas particulier du *placement de pôles*

Régulateur PID numérique 1

PID continu:

$$H_{PID}(s) = K\left[1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s}\right]$$

K – gain proportionnel,
T_i – action intégrale
T_d – action dérivée
T_d/N - filtrage de l'action dérivée

Discrétisation:

$$s \to (1 - q^{-1}) / T_e \; ; \quad \frac{1}{s} \to \frac{1}{1 - q^{-1}} T_e$$

PID numérique 1:

$$H_{PID1}(q^{-1}) = \frac{R(q^{-1})}{S(q^{-1})} = K\left[1 + \frac{T_e}{T_i} \cdot \frac{1}{1 - q^{-1}} + \frac{\frac{NT_e}{T_d + NT_e}(1 - q^{-1})}{1 - \frac{T_d}{T_d + NT_e} q^{-1}}\right]$$

Régulateur PID numérique 1

$$H_{PID1}(q^{-1}) = \frac{R(q^{-1})}{S(q^{-1})}$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} \qquad S(q^{-1}) = (1-q^{-1})(1+s'_1\, q^{-1}) = 1 + s_1 q^{-1} + s_2 q^{-2}$$

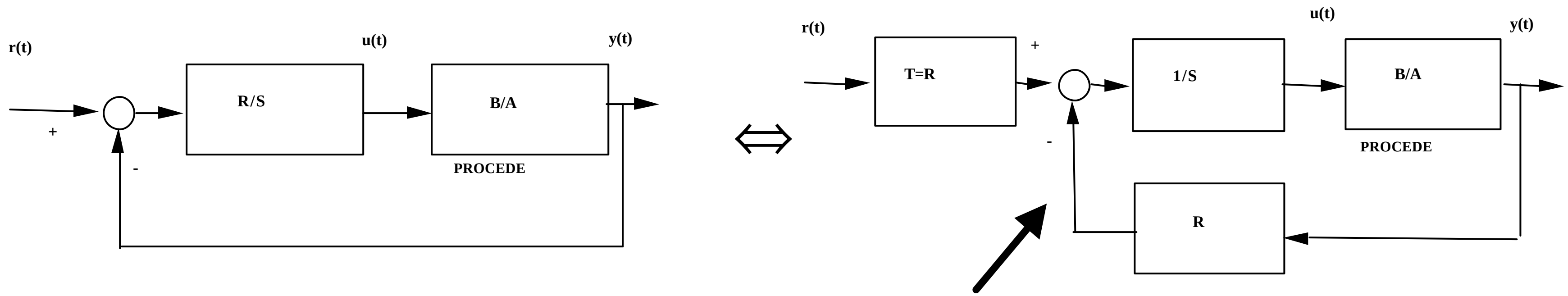
$$r_0 = K\left(1+\frac{T_e}{T_i} - N s_1\right) \qquad r_1 = K\left[s_1\left(1+\frac{T_e}{T_i}+2N\right)-1\right] \qquad r_2 = -K s_1 (1+N)$$

$$s'_1 = -\frac{T_d}{T_d + NT_e}$$

Remarques:

- Le régulateur PID numérique a 4 paramètres (comme le PID cont.)
- facteur commun au dénominateur: $(1-q^{-1})$ (intégrateur)
- filtrage: terme $(1+s'_1\, q^{-1})$ au dénominateur

Régulateur PID numérique 1



Structure R-S-T avec T = R

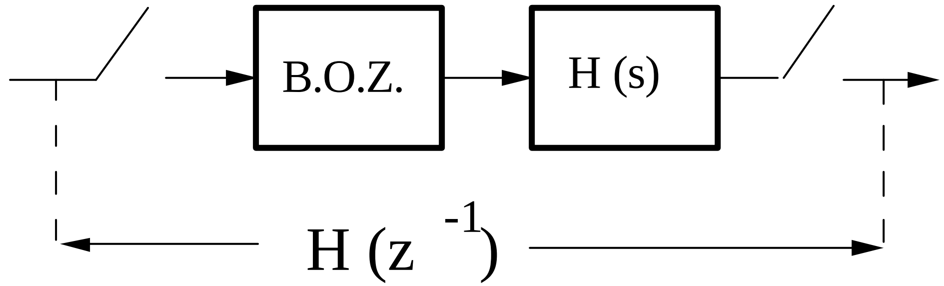
F.T. de la boucle fermée (r → y)

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{P(q^{-1})}$$

$P(q^{-1})$ définit les pôles de la boucle fermée

Le régulateur introduit des zéros supplémentaires (R)

Modèle échantillonné de procédé



$$H(s) = \frac{Ge^{-st}}{1+sT} \quad \text{ou} \quad H(s) = \frac{w_0^2 e^{-st}}{w_0^2 + 2z w_0 s + s^2} \qquad (t < T_e)$$

$$\boxed{H(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \frac{b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}}}$$

Le modèle échantillonné s'obtient:

- directement par identification du procédé (dans presque tous les cas)
- par discrétisation du modèle continu (voir chap. 2 pour les détails)

Calcul des paramètres du régulateur numérique PID 1

Spécification des performances:

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{B_M(q^{-1})}{P(q^{-1})} \qquad (*)$$

$B_M(q^{-1})$ ne peut pas être spécifié a priori (car on garde B et le régulateur introduit des zéros)
On spécifie le polynôme caractéristique de la boucle fermée (P)

$$P(q^{-1}) == 1 + p'_1 q^{-1} + p'_2 q^{-2}$$

Spécification en continu (t_M, M) $\longrightarrow$ 2e ordre (ω_0, ζ) $\xrightarrow[T_e]{\text{discrétisation}}$ $P(q^{-1})$

$$0.25 \le w_0 T_e \le 1.5$$
$$0.7 \le z \le 1$$

Calcul des paramètres du régulateur numérique PID 1

-Modèle de procédé connu (ou identifié): $B(q^{-1})\,/\,A(q^{-1})$
- Performance désirées (pôles de la B.F.): $P(q^{-1})$

Il faut calculer: $R(q^{-1})\,;\,S(q^{-1})$

De (*)- transp.10, il faut résoudre:

$$\boxed{P(q^{-1}) = A(q^{-1})\underset{?}{S(q^{-1})} + B(q^{-1})\underset{?}{R(q^{-1})}}$$

$$P(q^{-1}) = 1 + p_1' q^{-1} + p_2' q^{-2} = A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})$$

$$= (1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2})(1 - q^{-1})(1 + s_1' q^{-1})$$

$$+ (b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2})(r_0 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2})$$

$$= A'(q^{-1})S'(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})$$

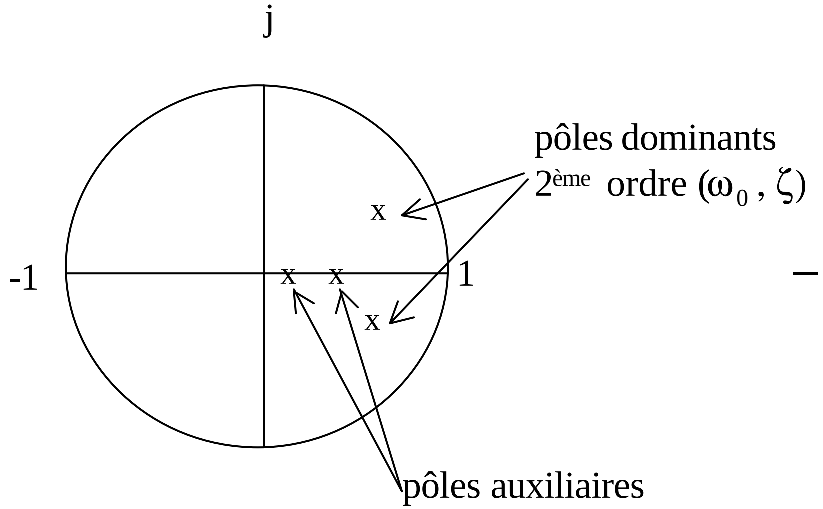
$$A'(q^{-1}) = A(q^{-1})(1 - q^{-1}) = (1 + a_1' q^{-1} + a_2' q^{-2} + a_3' q^{-3}) \qquad S'(q^{-1}) = 1 + s_1' q^{-1}$$

Pour résoudre : WinREG, *bezoutd.sci(.m)*

Choix du polynôme *P*

-Equation polynômiale d'ordre 4.
- *P* peut être choisi aussi d'ordre 4 (ajout de pôles aux.)

$$P(q^{-1}) = (1 + p_1 q^{-1} + p_2 q^{-2} + p_3 q^{-3} + p_4 q^{-4}) =$$
$$= (1 + p_1' q^{-1} + p_2' q^{-2})(1 + a_1 q^{-1})(1 + a_2 q^{-2})$$



$$-0.5 \leq a_1, a_2 \leq -0.05$$

Les pôles auxiliaires augmentent la robustesse du régulateur

Paramètres du régulateur PID continu équivalent

$$K = \frac{r_0 s_1' - r_1 - (2 + s_1')r_2}{(1 + s_1')^2}$$

$$T_i = T_e \cdot \frac{K(1 + s_1')}{r_0 + r_1 + r_2}$$

$$T_d = T_e \cdot \frac{s_1' r_0 - s_1' r_1 + r_2}{K(1 + s_1')^3}$$

$$\frac{T_d}{N} = \frac{-s_1' T_e}{1 + s_1'}$$

L'équivalent continu n'existe pas toujours !

Condition d'existence: $-1 \leq s'_1 \leq 0$ (T_d/N doit être > 0)

Régulateur PID numérique toujours réalisable même avec: $0 \leq s'_1 \leq 1$
(donne des performances nonréalisables avec un PID continu)

Régulateur numérique PID 1. Exemples

Procédé: $H(s) = \dfrac{Ge^{-s\tau}}{1+sT}$

Procédé discrétisé: $B(q\text{-}1) = 0.1813\ q\text{-}1\ \ +0.2122\ q\text{-}2$

$A(q\text{-}1) = 1\ -0.6065\ q\text{-}1$

$\boldsymbol{Te = 5s,\ G = 1,\ \ T = 10s,\ \tau = 3}$

Performances ———> $\boldsymbol{Te = 5s}$, $\boxed{\boldsymbol{\omega_0 = 0.05\ rad/s, \quad \zeta = 0.8}}$

*****LOI DE COMMANDE *****

$S(q\text{-}1)\ .\ u(t) + R(q\text{-}1)\ .\ y(t) = T(q\text{-}1)\ .\ r(t)$

Régulateur : $R(q\text{-}1) = 0.0621 + 0.0681\ q\text{-}1$

$S(q\text{-}1) = (1 - q\text{-}1)\ .\ (1 - 0.0238\ q\text{-}1)$

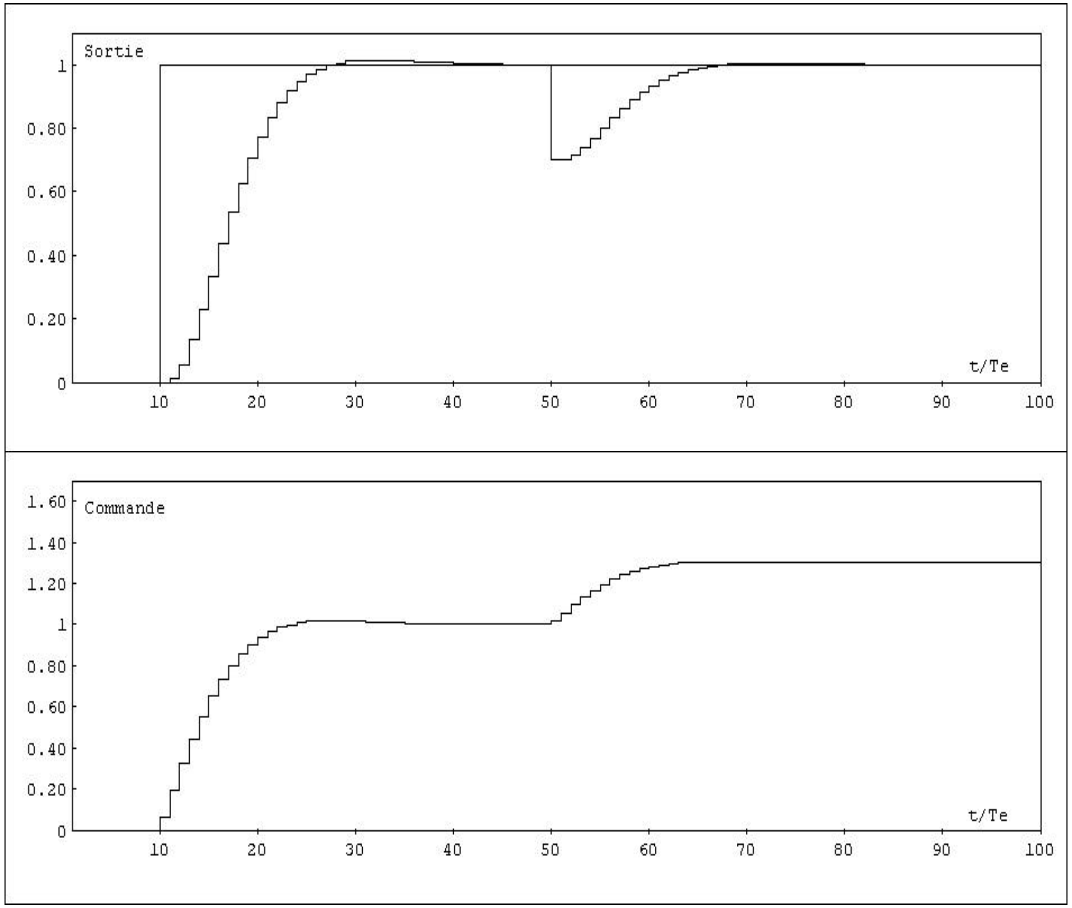
$T(q\text{-}1) = R(q\text{-}1)$

Marge de gain : 7.712 Marge de phase : 67.2 deg

Marge de module : 0.751 (-2.49dB) Marge de retard : 45.4 s

PID continu : $k = -0.073$, $Ti = -2.735$, $Td = -\ 0.122$, $Td/N = 0.122$

Performances: w_0 = 0.05 rad/s, z = 0.8



Réponse plus lente qu'en boucle ouverte. Il faut augmenter w_0

Performances: w_0 = *0.15 rad/s*, z = *0.8*

Procédé discrétisé : $B(q\text{-}1) = 0.1813\ q\text{-}1 + 0.2122\ q\text{-}2$

$A(q\text{-}1) = 1 - 0.6065\ q\text{-}2$

***Te* = 5s, *G* = 1, *T* = 10s,** t **= 3**

Performances ———> ***Te* = 5s** , $\boxed{w_0 = 0.15 \text{ rad/s}, \quad z = 0.8}$

***** LOI DE COMMANDE *****

$S(q\text{-}1) \,.\, u(t) + R(q\text{-}1) \,.\, y(t) = T(q\text{-}1) \,.\, r(t)$

Régulateur : $R(q\text{-}1) = 1.6874 - 0.8924\ q\text{-}1$

$S(q\text{-}1) = (1 - q\text{-}1) \,.\, (1 + 0.3122\ q\text{-}1)$

$T(q\text{-}1) = R(q\text{-}1)$

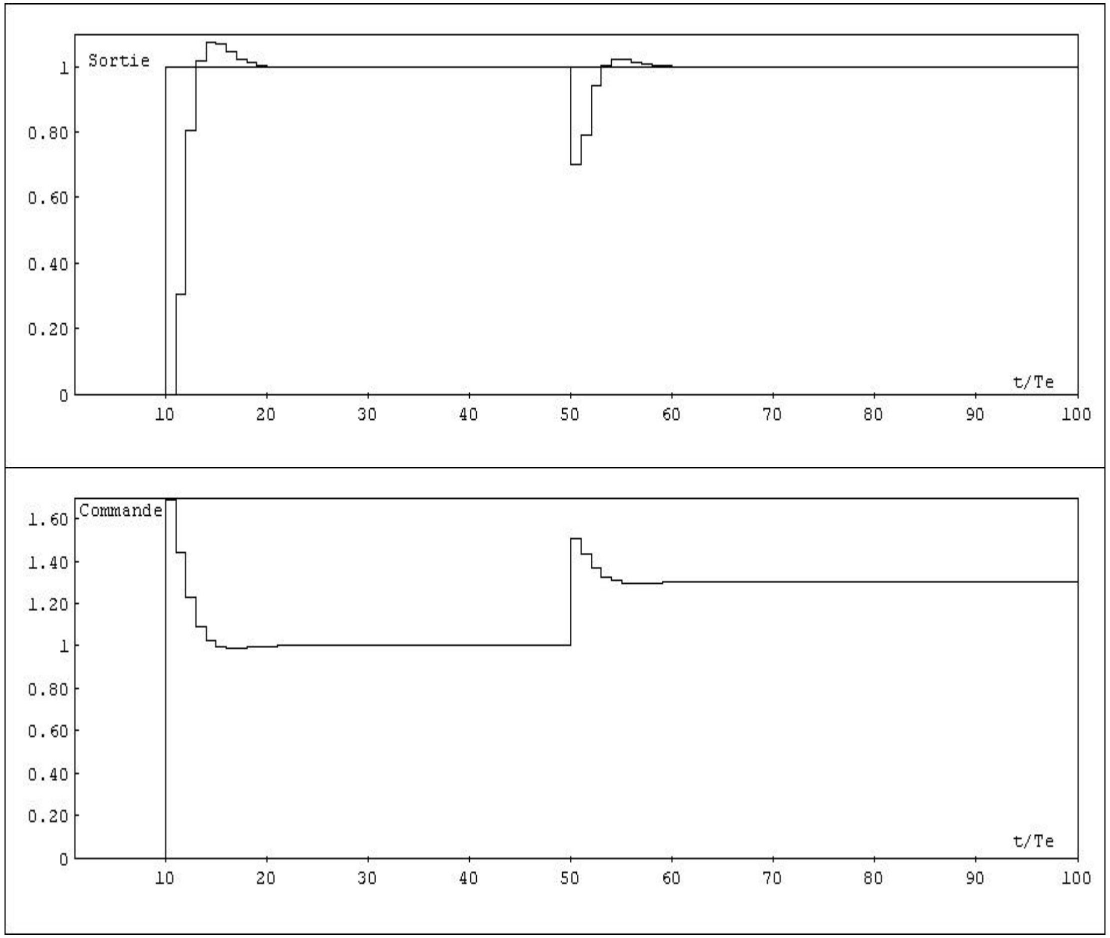
Marge de gain : 3.681 Marge de phase : 58.4 deg

Marge de module : 0.664 (- 3.56 dB) Marge de retard : 9.4 s

PID continu : (pas d'équivalent continu)

Pas d’équivalent continu car $s'_1 > 0$ *(0.3122)*

Performances: w_0 = 0.15 rad/s, z = 0.8



- *Réponse plus rapide*
- *Apparition d'un dépassement du aux zéros introduits par R*

Le « bon » PID numérique (PID 2)

N'introduit pas des zéros supplémentaires

F.T. souhaitée pour la boucle fermée: $H_{BF}(q^{-1}) = \frac{P(1)}{B(1)} \cdot \frac{B(q^{-1})}{P(q^{-1})}$ ➔ $H_{BF}(1) = 1$

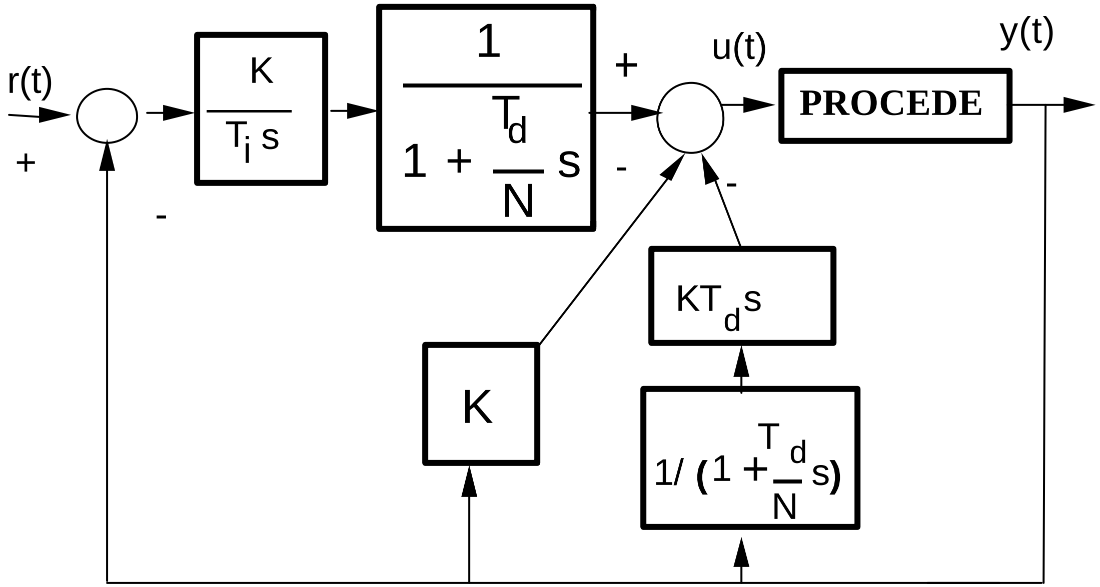
$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + B(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{[P(1)/B(1)]B(q^{-1})}{P(q^{-1})}$$

$$\boxed{T(q^{-1}) = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{B(1)R(1)}{B(1)} = R(1)}$$

R et S restent inchangés

Un seul coefficient au lieu de 2 coeff.

PID continu correspondant au régulateur numérique PID 2



Les actions proportionnelles et dérivées uniquement sur la mesure

$$K = \frac{-(r_1 + 2r_2)}{1 + s_1'} \qquad T_i = T_e \cdot \frac{-(r_1 + 2r_2)}{r_0 + r_1 + r_2} \qquad T_d = T_e \cdot \frac{s_1' r_1 + (s_1' - 1) r_2}{(r_1 + 2r_2)(1 + s_1')} \qquad \frac{T_d}{N} = \frac{-s_1' T_e}{1 + s_1'}$$

Performances du régulateur numérique PID 2

Procédé discrétisé: $B(q\text{-}1) = 0.1813\ q\text{-}1 + 0.2122\ q\text{-}2$

$A(q\text{-}1) = 1\ - 0.6065\ q\text{-}1$

Te = 5s, G = 1, T = 10s, t = 3

Performances ———> ***Te = 5s*** , $\boxed{w_0 = \mathbf{0.15\ rad/s}, \quad z = \mathbf{0.8}}$

*****LOI DE COMMANDE *****

$S(q\text{-}1)\ u(t) + R(q\text{-}1)\ y(t) = T(q\text{-}1)\ r(t)$

Régulateur : $R(q\text{-}1) = 1.6874 - 0.8924\ q\text{-}1$

$S(q\text{-}1) = (1 - q\text{-}1)\ (1 + 0.3122\ q\text{-}1)$

$T(q\text{-}1) = 0.795$

Marge de gain : 3.681 Marge de phase : 58.4 deg

Marge de module : 0.664 (- 3.56 dB) Marge de retard : 9.4 s

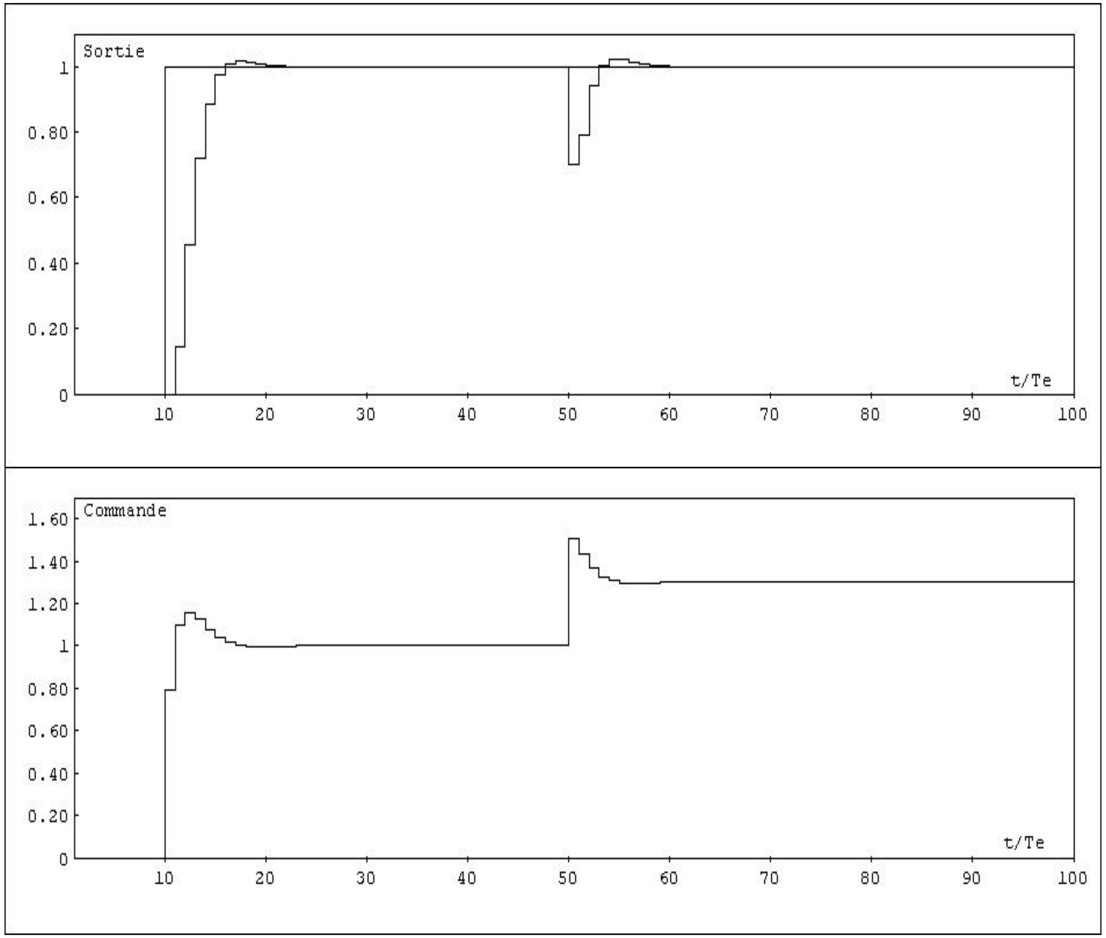
P.I.D. Continu : (Pas d'équivalent continu)

Pas d'équivalent continu car $s'_1 > 0$ (0.3122)

A comparer avec PID 1, transp. 16

Performances du régulateur numérique PID 2

w_0 = 0.15 rad/s, z = 0.8



Dépassement réduit (correspondant à z = *0.8)*. Même réponse en perturbation

A comparer avec le transparent 17

Effets des pôles auxiliaires

Pour des performances identiques , les pôles auxiliaires réduisent la fonction de sensibilité S_{up} en hautes fréquences

$$\downarrow$$

Meilleure robustesse et réduction des sollicitations de l’actionneur

Pour détails et exemples voir livre pg.144-147

PID numérique: conclusions

- Structure canonique R-S-T
- PID continu équivalent si $-1 \le s'_1 \le 0$
- S’utilise pour des systèmes du 1er ou 2e ordre avec retard < T_e
- Pour retard $t \ge 0.25T$ le PID continu conduit à des réponses en boucle fermée plus lentes qu’en boucle ouverte
- Le PID numérique donne des meilleures performances pour les systèmes avec retard (mais il n’y a plus d’équivalent continu)
- Le PID 2 conduit à une réponse en consigne avec un plus faible dépassement que le PID 1

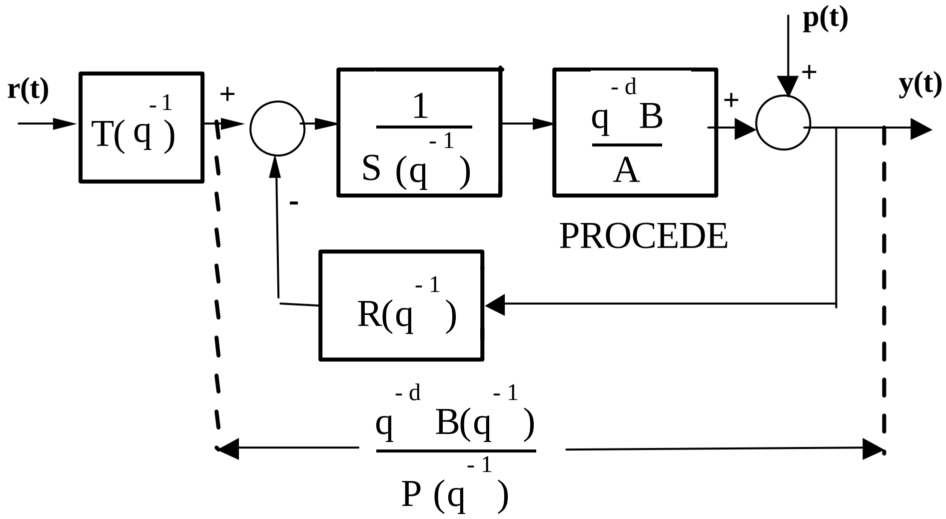
Placement des pôles

Le PID numérique est un cas particulier du placement des pôles

Le placement des pôles permet de calculer un régulateur R-S-T pour:
- systèmes stables ou instables
- sans restriction sur les degrés des polynômes A et B
- sans restriction sur le retard du procédé
- sans restriction sur les zéros du procédé (stables ou instables)

C'est une méthode qui ne simplifie pas les zéros du procédé

Structure



Procédé:
$$H(q^{-1}) = \frac{q^{-d}B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \ldots + a_{n_A} q^{-n_A} \qquad B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \ldots + b_{n_B} q^{-n_B} = q^{-1} B^*(q^{-1})$$

Placement des pôles

F.T. de la boucle fermée (r $\rightarrow$ y) *(poursuite de consigne)*

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{q^{-d}T(q^{-1})B(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{q^{-d}T(q^{-1})B(q^{-1})}{P(q^{-1})}$$

$$P(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1}) = 1 + p_1 q^{-1} + p_2 q^{-2} + \ldots.$$

Définit les pôles de la boucle fermée

F.T. de la boucle fermée (p $\rightarrow$ y) *(rejet de perturbation)*

$$S_{yp}(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})S(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{A(q^{-1})S(q^{-1})}{P(q^{-1})}$$

Fonction de sensibilité perturbation - sortie

Choix des pôles en boucle fermée (polynôme *P*)

$$P(q^{-1}) = P_D(q^{-1}) P_F(q^{-1})$$

Pôles dominants **Pôles auxiliaires**

Choix de $P_D(q^{-1})$(pôles dominants)

Spécification en continu (t_M, M) $\longrightarrow$ 2^e ordre (ω_0, ζ) $\xrightarrow[T_e]{\text{discrétisation}}$ $P_D(q^{-1})$

$$0.25 \leq w_0 T_e \leq 1.5$$
$$0.7 \leq z \leq 1$$

Pôles auxiliaires

- *Les pôles auxiliaires sont introduits pour la robustesse.*
- *Ils sont choisis plus rapides que les pôles dominants*

Régulation(calcul de $R(q^{-1})$ et de $S(q^{-1})$)

(Bezout) $$A(q^{-1})\underset{?}{S}(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})\underset{?}{R}(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad \textbf{(*)}$$

$n_A = \deg A(q^{-1}) \qquad n_B = \deg B(q^{-1})$

$\boxed{A \text{ et } B \text{ premiers entre eux}}$

Solution minimale unique pour :

$$n_P = \deg P(q^{-1}) \le n_A + n_B + d - 1$$

$$n_S = \deg S(q^{-1}) = n_B + d - 1 \qquad n_R = \deg R(q^{-1}) = n_A - 1$$

$$S(q^{-1}) = 1 + s_1 q^{-1} + \dots s_{n_S} q^{-n_S} = 1 + q^{-1}S^*(q^{-1})$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots r_{n_R} q^{-n_R}$$

Calcul de $R(q^{-1})$ et de $S(q^{-1})$

L'équation (*) se met sous la forme: $\boxed{Mx = p}$ $\longrightarrow x = M^{-1}p$

$$x^T = [1, s_1, \ldots, s_{n_S}, r_0, \ldots, r_{n_R}] \qquad\qquad p^T = [1, p_1, \ldots, p_i, \ldots, p_{n_P}, 0, \ldots, 0]$$

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{cc} \overbrace{\hspace{6cm}}^{n_B + d} & \overbrace{\hspace{6cm}}^{n_A} \end{array} \\
\left.\underbrace{\begin{bmatrix}
1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & \ldots & \ldots & 0 \\
a_1 & 1 & & . & b'_1 & & & \\
a_2 & & & 0 & b'_2 & & & b'_1 \\
 & & & 1 & . & & & b'_2 \\
 & & & a_1 & . & & & . \\
a_{n_A} & & & a_2 & b'_{n_B} & & & . \\
0 & & & . & 0 & . & . & . \\
0 & \ldots & 0 & a_{n_A} & 0 & 0 & 0 & b'_{n_B}
\end{bmatrix}}_{n_A + n_B + d}\right\} n_A + n_B + d
\end{array}$$

$b'_i = 0$ pour $i = 0, 1 \ldots d$; $b'_i = b_{i-d}$ pour $i > d$

Utilisation de WinReg ou *bezoutd.sci(.m)* pour résoudre (*)

Structure de $R(q^{-1})$ et de $S(q^{-1})$

R et S contiennent des parties fixes (ex: intégrateur)

$$R(q^{-1}) = R'(q^{-1})H_R(q^{-1}) \qquad S(q^{-1}) = S'(q^{-1})H_S(q^{-1})$$

H_R, H_S, - polynômes pré spécifiés

$$R'(q^{-1}) = r'_0 + r'_1 q^{-1} + \dots r'_{n_{R'}} q^{-n_{R'}} \qquad S'(q^{-1}) = 1 + s'_1 q^{-1} + \dots s'_{n_{S'}} q^{-n_{S'}}$$

L'eq.(*) (transp. 28) devient:

$$A(q^{-1})S'(q^{-1})H_S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R'(q^{-1})H_R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad \textbf{(**)}$$

$$n_P = \deg P(q^{-1}) \leq n_A + n_{HS} + n_B + n_{HR} + d - 1$$

$$n_{S'} = \deg S'(q^{-1}) = n_B + n_{HR} + d - 1 \qquad n_{R'} = \deg R'(q^{-1}) = n_A + n_{HS} - 1$$

Utilisation de WinReg ou *bezoutd.sci(.m)* pour résoudre (**)
avec $A' = AH_S$, $B' = BH_R$

Parties fixes (H_R, H_S). Exemples

Erreur statique nulle (S_{yp} doit être nulle à certaines fréquences)

$$S_{yp}(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})H_S(q^{-1})S'(q^{-1})}{P(q^{-1})}$$

Perturbation échelon : $H_S(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$

Perturbation harmonique : $H_S = 1 + aq^{-1} + q^{-2}$; $a = -2\cos wT_e$

Blocage d'un signal (S_{up} doit être nulle à certaines fréquences)

$$S_{up}(q^{-1}) = -\frac{A(q^{-1})H_R(q^{-1})R'(q^{-1})}{P(q^{-1})}$$

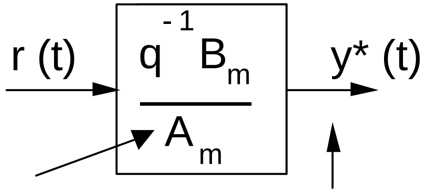
Signal harmonique: $H_R = 1 + bq^{-1} + q^{-2}$; $b = -2\cos wT_e$

Blocage de 0.5f_{e}: $H_R = (1 + q^{-1})^n$; $n = 1{,}2$

Plus de détails – voir livre pg.154-155

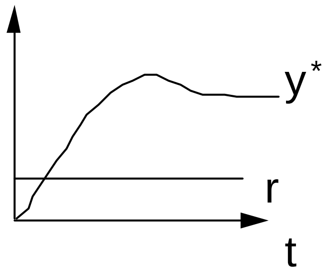
Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)

Cas idéal



Modèle de référence en poursuite (H_m)

trajectoire désirée pour y (t)



$$H_m(q^{-1}) = \frac{q^{-1}B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}$$

$$B_m(q^{-1}) = b_{m0} + b_{m1}q^{-1} + \dots$$

$$A_m(q^{-1}) = 1 + a_{m1}q^{-1} + a_{m2}q^{-2} + \dots$$

Spécification en continu (t_M, M) $\longrightarrow$ 2^e ordre (ω_0, ζ) $\xrightarrow[T_e]{\text{discrétisation}}$ $H_m(q^{-1})$

$$0.25 \le w_0 T_e \le 1.5$$
$$0.7 \le z \le 1$$

Le cas idéal ne peut pas être atteint (retard, zéros du procédé)

Objectif : approcher y(t)*

$$y^*(t) = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}r(t)$$

Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)

On construit: $$y^*(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t)$$

Choix de $T(q^{-1})$:

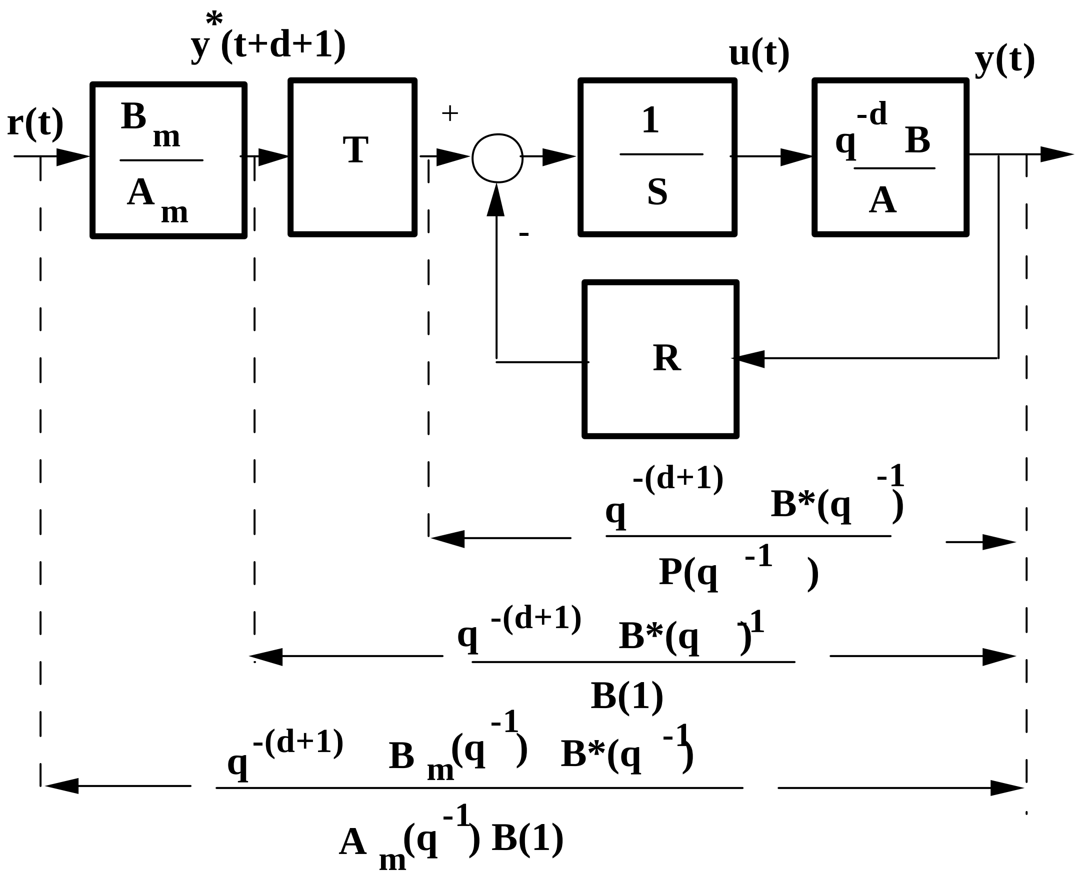
- Gain statique unitaire entre y* et y
- Compensation de la dynamique de régulation $P(q^{-1})$

$$T(q^{-1}) = GP(q^{-1}) \qquad G = \begin{cases} 1/B(1) & si \quad B(1) \neq 0 \\ 1 \quad si & B(1) = 0 \end{cases}$$

F.T. $r \longrightarrow y$: $$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \cdot \frac{B^*(q^{-1})}{B(1)}$$

Cas particulier : $P = A_m$ $$T(q^{-1}) = G = \begin{cases} \dfrac{P(1)}{B(1)} & si \quad B(1) \neq 0 \\ 1 \quad si & B(1) = 0 \end{cases}$$

Placement de pôles. Poursuite et Régulation



$$S(q^{-1})u(t)+R(q^{-1})y(t)=T(q^{-1})y^*(t+d+1)$$

Placement de pôles. Loi de commande

$$u(t) = \frac{T(q^{-1})y^*(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})}$$

$$S(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = GP(q^{-1})y^*(t+d+1) = T(q^{-1})y^*(t+d+1)$$

$$S(q^{-1}) = 1 + q^{-1}S^*(q^{-1})$$

$$\boxed{u(t) = P(q^{-1})Gy^*(t+d+1) - S^*(q^{-1})u(t-1) - R(q^{-1})y(t)}$$

$$y^*(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}r(t)$$

$$A_m(q^{-1}) = 1 + q^{-1}A_m^*(q^{-1})$$

$$\boxed{y^*(t+d+1) = -A_m^*(q^{-1})y(t+d) + B_m(q^{-1})r(t)}$$

$$B_m(q^{-1}) = b_{m0} + b_{m1}q^{-1} + \ldots \qquad A_m(q^{-1}) = 1 + a_{m1}q^{-1} + a_{m2}q^{-2} + \ldots$$

Placement de pôles. Exemple

Procédé : $d=0$

$$B(q^{-1}) = 0.1\, q^{-1} + 0.2\, q^{-2}$$
$$A(q^{-1}) = 1 - 1.3\, q^{-1} + 0.42\, q^{-2}$$
$$Bm(q^{-1}) = 0.0927 + 0.0687\, q^{-1}$$

Dynamique de poursuite -->

$$Am(q^{-1}) = 1 - 1.2451 q^{-1} + 0.4066\, q^{-2}$$

$Te = 1s$, $w_0 = 0.5$ **rad/s**, $z = 0.9$

Dynamique de régulation --> $P(q^{-1}) = 1 - 1.3741\, q^{-1} + 0.4867\, q^{-2}$

$Te = 1s$, $w_0 = 0.4$ **rad/s**, $z = 0.9$

Pré-spécifications : Intégrateur

***** LOI DE COMMANDE *****

$$S(q^{-1})\, u(t) + R(q^{-1})\, y(t) = T(q^{-1})\, y^*(t+d+1)$$
$$y^*(t+d+1) = [Bm(q^{-1})/Am(q^{-1})]\, r(t)$$

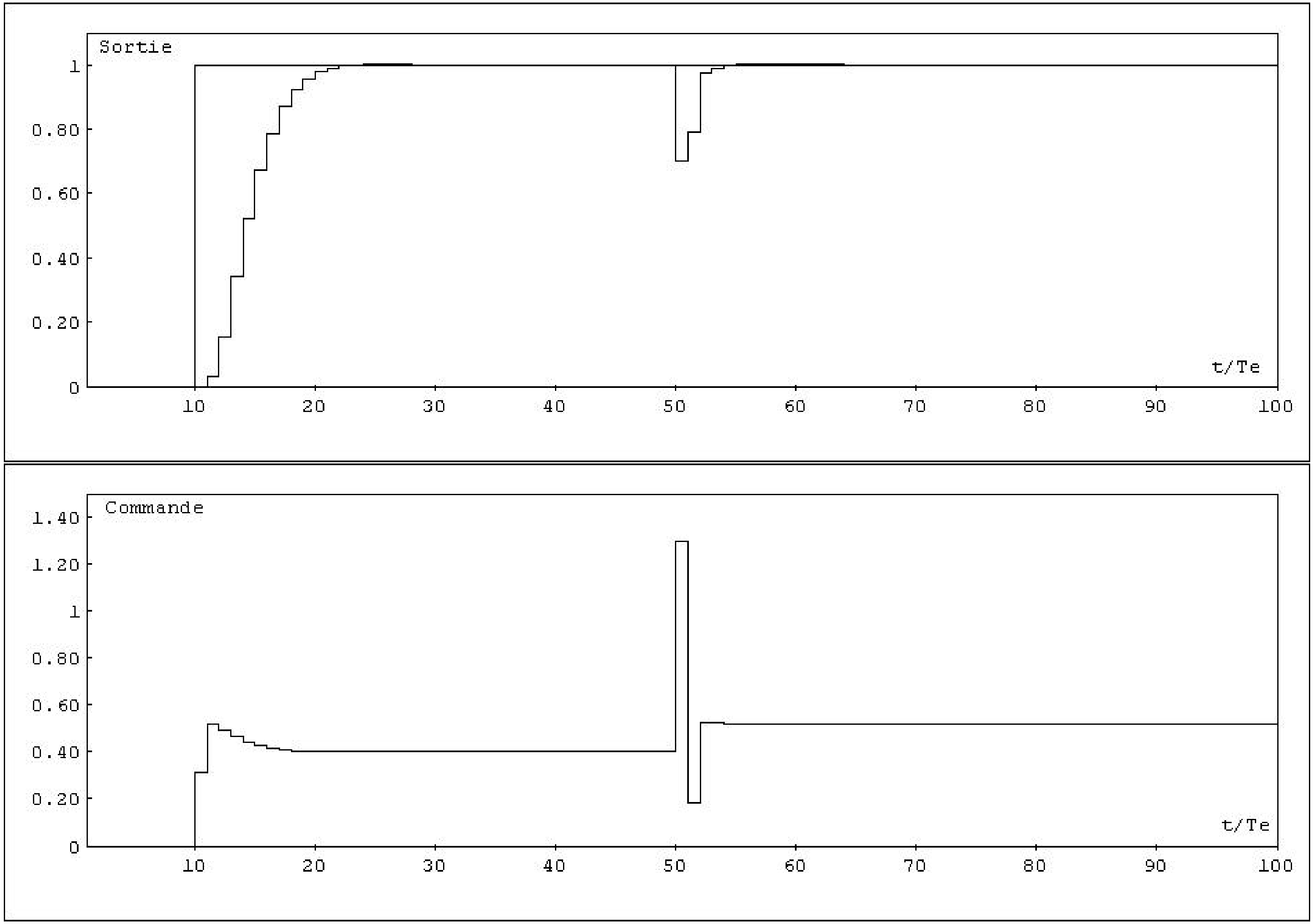
Régulateur : $R(q^{-1}) = 3 - 3.94\, q^{-1} + 1.3141\, q^{-2}$

$$S(q^{-1}) = 1 - 0.3742\, q^{-1} - 0.6258\, q^{-2}$$
$$T(q^{-1}) = 3.333 - 4.5806\, q^{-1} + 1.6225\, q^{-2}$$

Marge de gain : 2.703 Marge de phase : 65.4 deg

Marge de module : 0.618 (- 4.19 dB) Marge de retard : 2.1. s

Placement de pôles. Exemple



Poursuite et régulation à objectif indépendants

C'est un cas particulier du placement des pôles
(les pôles de la boucle fermée contiennent les zéros du procédé)

C'est une méthode qui simplifie les zéros du procédé
Permet une réalisation exacte des performances imposées

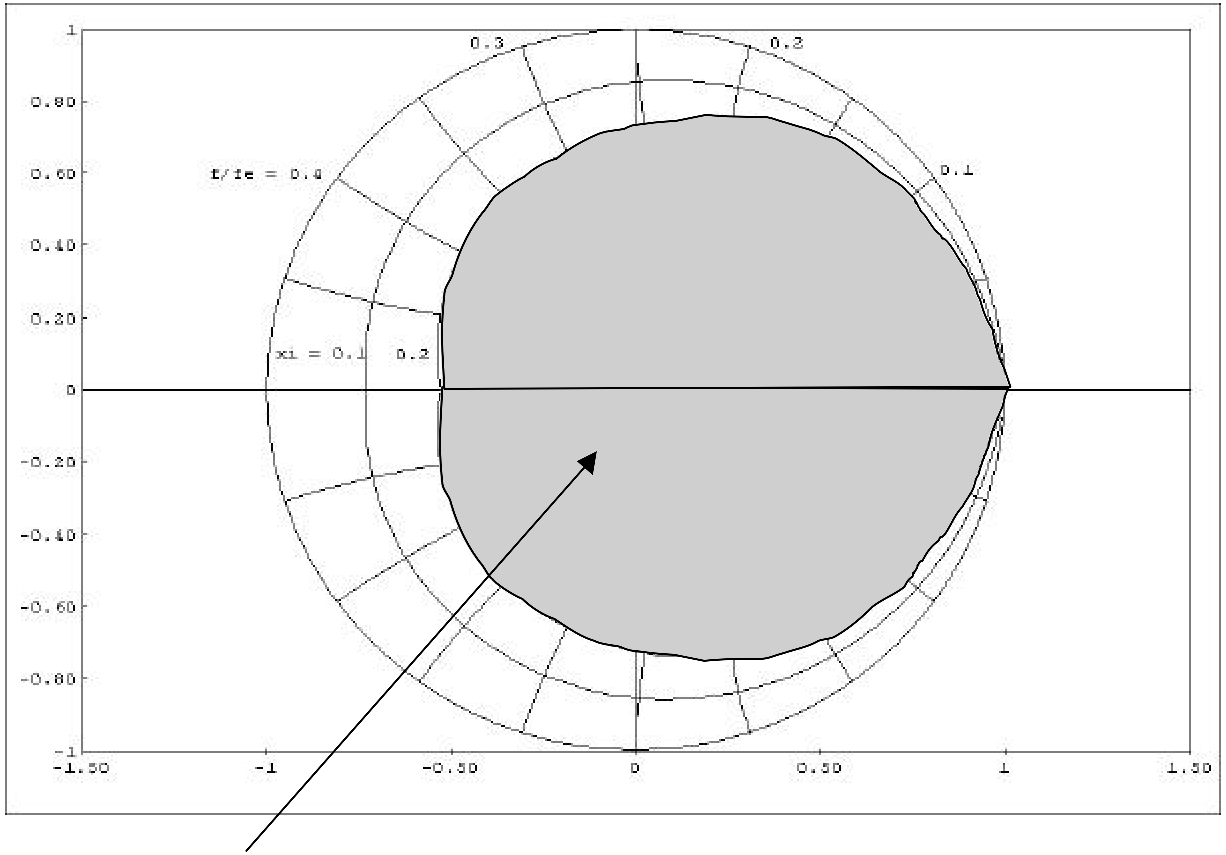
Permet de calculer un régulateur R-S-T pour:

- systèmes stables ou instables
- sans restriction sur les degrés des polynômes A et B
- sans restriction sur le retard entier d du procédé discrétisé
- modèles échantillonnés ayant des *zéros stables!*

Ne tolère pas des retards fractionnaires > 0.5 Te (zéro instable)

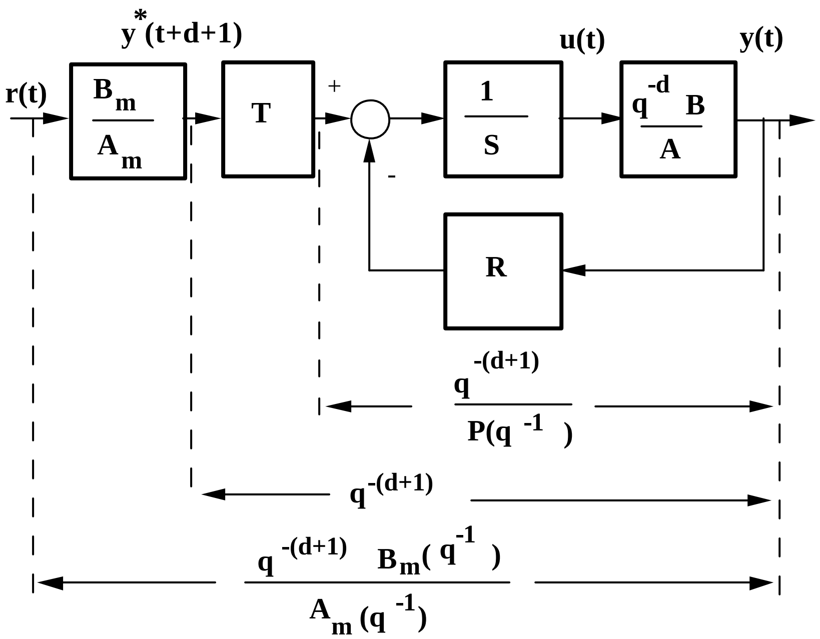
Poursuite et régulation à objectif indépendants

Les zéros du modèle doivent être stables et suffisamment amortis



Domaine d'admissibilité pour les zéros du modèle échantillonné

Poursuite et régulation à objectif indépendants. Structure



$$P(q^{-1}) = P_D(q^{-1})P_F(q^{-1})$$

Spécification des pôles comme pour le placement de pôles

Trajectoire de référence:
(poursuite)

$$y^*(t+d+1) = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} r(t)$$

Régulation(calcul de $R(q^{-1})$ et de $S(q^{-1})$)

F.T. de la boucle fermée sans *T:*

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{q^{-d+1}B^*(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d+1}B^*(q^{-1})R(q^{-1})} = \frac{q^{-d+1}}{P(q^{-1})} = \frac{q^{-d+1}B^*(q^{-1})}{B^*(q^{-1})P(q^{-1})}$$

Il faut résoudre :

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d+1}B^*(q^{-1})R(q^{-1}) = B^*(q^{-1})P(q^{-1}) \quad (*)$$

S doit être de la forme: $S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + \ldots + s_{n_S} q^{-n_S} = B^*(q^{-1})S'(q^{-1})$

Après simplification par *B**,(*) devient:

$$\boxed{A(q^{-1})S'(q^{-1}) + q^{-d+1}R(q^{-1}) = P(q^{-1})} \qquad (**)$$

Solution unique: $n_P = deg\ P(q^{-1}) = n_A + d$; $deg\ S'(q^{-1}) = d$; $deg\ R(q^{-1}) = n_A - 1$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \ldots r_{n_A-1} q^{-n_A-1} \qquad S'(q^{-1}) = 1 + s'_1 q^{-1} + \ldots s'_d\ q^{-d}$$

Régulation(calcul de $R(q^{-1})$ et de $S(q^{-1})$)

(**) se met sous la forme: $Mx = p \longrightarrow x = M^{-1}p$

$$\left.\overbrace{\begin{bmatrix}
1 & 0 & & & & & & 0 \\
a_1 & 1 & & & & & & \cdot \\
a_2 & a_1 & & 0 & & & & \cdot \\
: & : & & 1 & & & & \cdot \\
a_d & a_{d-1} & \cdots & a_1 & 1 & & & \cdot \\
a_{d+1} & a_d & & & a_1 & 1 & & \cdot \\
a_{d+2} & a_{d+1} & & & a_2 & 0 & & \cdot \\
 & & & & \cdot & & & \cdot \\
 & & & & \cdot & & & 0 \\
0 & 0 & \cdots & 0 & a_{n_A} & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}}^{n_A + d + 1}\right\} n_A + d + 1$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}_{d+1}\underbrace{\qquad\qquad}_{n_A}$$

$$x^T = [1, s'_1, \ldots, s'_d, r_0, r_1, \ldots, r_{n-1}] \qquad p^T = [1, p_1, p_2, \ldots, p_{n_A}, p_{n_A+1}, \ldots, p_{n_A+d}]$$

Utilisation de WinReg ou *predisol.sci(.m)* pour résoudre (**)

Insertion de parties fixes dans R et S – idem placement de pôles (voir livre pg.166-167)

Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)

F.T. en boucle fermée: $r \longrightarrow y$

$$H_{BF}(q^{-1}) = \frac{q^{-(d+1)}B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} = \frac{B_m(q^{-1})T(q^{-1})q^{-(d+1)}}{A_m(q^{-1})P(q^{-1})}$$

F.T. désirée

Il résulte : $\boxed{T(q^{-1}) = P(q^{-1})}$

Equation du régulateur:

$$S(q^{-1})u(t) + R(q^{-1})y(t) = P(q^{-1})y^*(t+d+1)$$

$$u(t) = \frac{P(q^{-1})y^*(t+d+1) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})}$$

$$u(t) = \frac{1}{b_1}\left[P(q^{-1})y^*(t+d+1) - S^*(q^{-1})u(t-1) - R(q^{-1})y(t)\right] \qquad (s_0 = b_1)$$

Poursuite et régulation à objectif indépendants. Exemples

Procédé : $d = 0$

$B(q\text{-}1) = 0.2\ q\text{-}1 + 0.1\ q\text{-}2$

$A(q\text{-}1) = 1 - 1.3\ q\text{-}1 + 0.42\ q\text{-}2$

-> $Bm\ (q\text{-}1) = 0.0927 + 0.0687\ q\text{-}1$

Dynamique de poursuite ---

-> $Am\ (q\text{-}1) = 1 - 1.2451q\text{-}1 + 0.4066\ q\text{-}2$

$Te = 1s$, $w_0 = 0.5$ rad/s, $z = 0.9$

Dynamique de régulation ---> $P\ (q\text{-}1) = 1 - 1.3741\ q\text{-}1 + 0.4867\ q\text{-}2$

$Te = 1s$, $w_0 = 0.4$ rad/s, $z = 0.9$

Pré-spécifications : Intégrateur

***** LOI DE COMMANDE *****

$S\ (q\text{-}1)\ u(t) + R\ (q\text{-}1)\ y(t) = T\ (q\text{-}1)\ y^*(t+d+1)$

$y^*(t+d+1) = [Bm\ (q\text{-}1)/Am\ (q\text{-}1)]\ .\ r(t)$

Régulateur : $R(q\text{-}1) = 0.9258 - 1.2332\ q\text{-}1 + 0.42\ q\text{-}2$

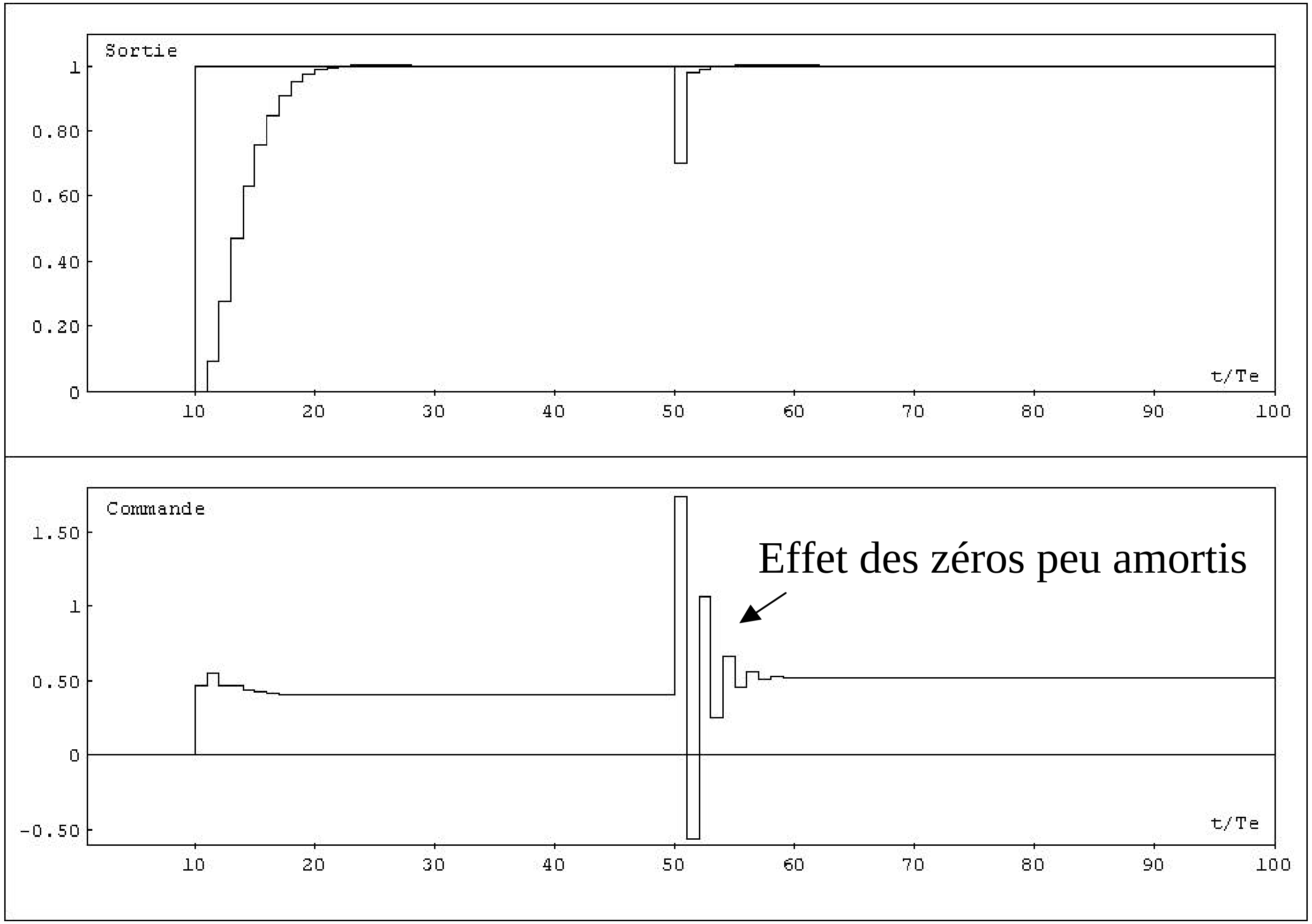
$S(q\text{-}1) = 0.2 - 0.1\ q\text{-}1 - 0.1\ q\text{-}2$

$T(q\text{-}1) = P(q\text{-}1)$

Marge de gain : 2.109 Marge de phase : 65.3 deg

Marge de module : 0.526 (- 5.58 dB) Marge de retard : 1.2

Poursuite et régulation à objectif indépendants. (d = 0)



Les oscillations sur la commande quand il y a des zéros peu amortis peuvent être réduites en introduisant des pôles auxiliaires (voir livre pg. 169-171)

Poursuite et régulation à modèle interne

C'est un cas particulier du placement des pôles

Les pôles dominants sont égaux à ceux du procédé

Ne permet pas d'accélérer la réponse en boucle fermée

Permet de calculer un régulateur R-S-T pour:
- systèmes stables et bien amortis
- sans restriction sur les degrés des polynômes *A* et *B*
- sans restriction sur le retard du procédé discrétisé

Le modèle du procédé doit être stable et bien amorti !

Souvent utilisée pour les systèmes ayant un retard important

Régulation(calcul de $R(q^{-1})$ et de $S(q^{-1})$)

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1}) = A(q^{-1})P_F(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (*)$$

Pôles dominants

$$P_F(q^{-1}) = (1 + aq^{-1})^{n_{P_F}}$$

(choix typique)

R doit être de la forme: $R(q^{-1}) = A(q^{-1}).R'(q^{-1})$

Après élimination du facteur commun $A(q^{-1})$,(*) devient:

$$S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R'(q^{-1}) = P_F(q^{-1})$$

Solution pour: $S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})S'(q^{-1})$ (choix typique)

$$R(q^{-1}) = A(q^{-1})\frac{P_F(1)}{B(1)}$$

$$S(q^{-1}) = (1 - q^{-1})S'(q^{-1}) = P_F(q^{-1}) - q^{-d}B(q^{-1})\frac{P_F(1)}{B(1)}$$

Pour d'autre cas - voir livre pg.174-175

Poursuite (calcul de $T(q^{-1})$)

$$T(q^{-1}) = A(q^{-1})P_F(q^{-1})/B(1)$$

Cas particulier : $A_m = AP_F$ (dynamique poursuite = dynamique régulation)

$$T(q^{-1}) = T(1) = \frac{A(1)P_F(1)}{B(1)}$$

(on supprime le modèle de référence de poursuite)

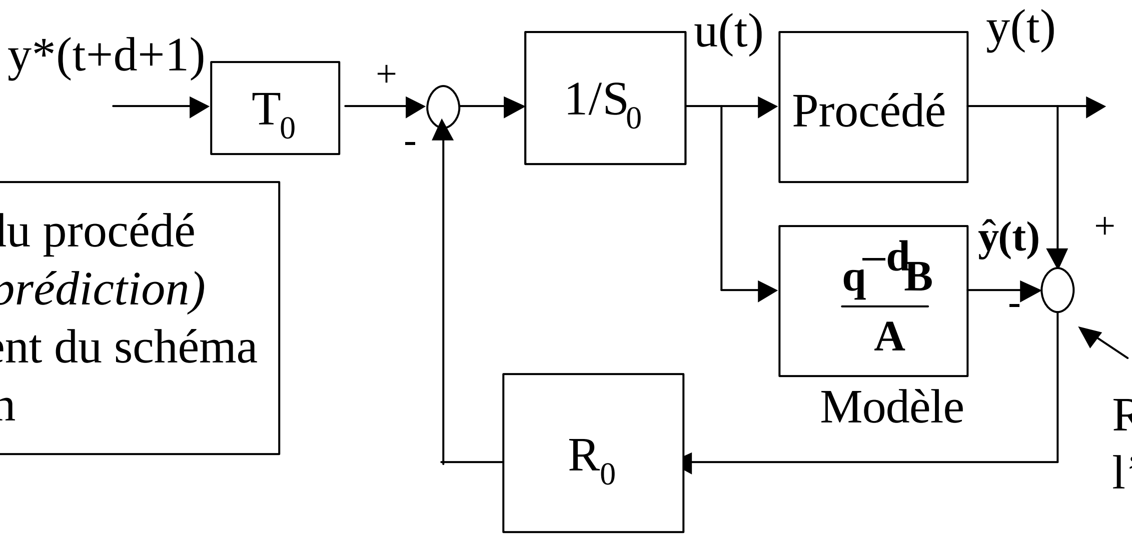
Cas particuliers:

Poursuite et régulation à modèle interne partiel (voir livre pg.178)

Commande à modèle interne des systèmes avec zéros stables (voir livre pg.179)

Une interprétation de la commande à modèle interne

Schéma équivalent (voir détails de calcul: livre pg.175-177)



Rétro-action sur l'erreur de prédiction

Le modèle du procédé *(modèle de prédiction)* est un élément du schéma de régulation

$$R_0(q^{-1}) = \frac{P_F(1)}{B(1)} A(q^{-1})$$

$$S_0(q^{-1}) = P_F(q^{-1})$$

$$T_0(q^{-1}) = \frac{1}{B(1)} P(q^{-1}) = \frac{1}{B(1)} A(q^{-1}) P_F(q^{-1})$$

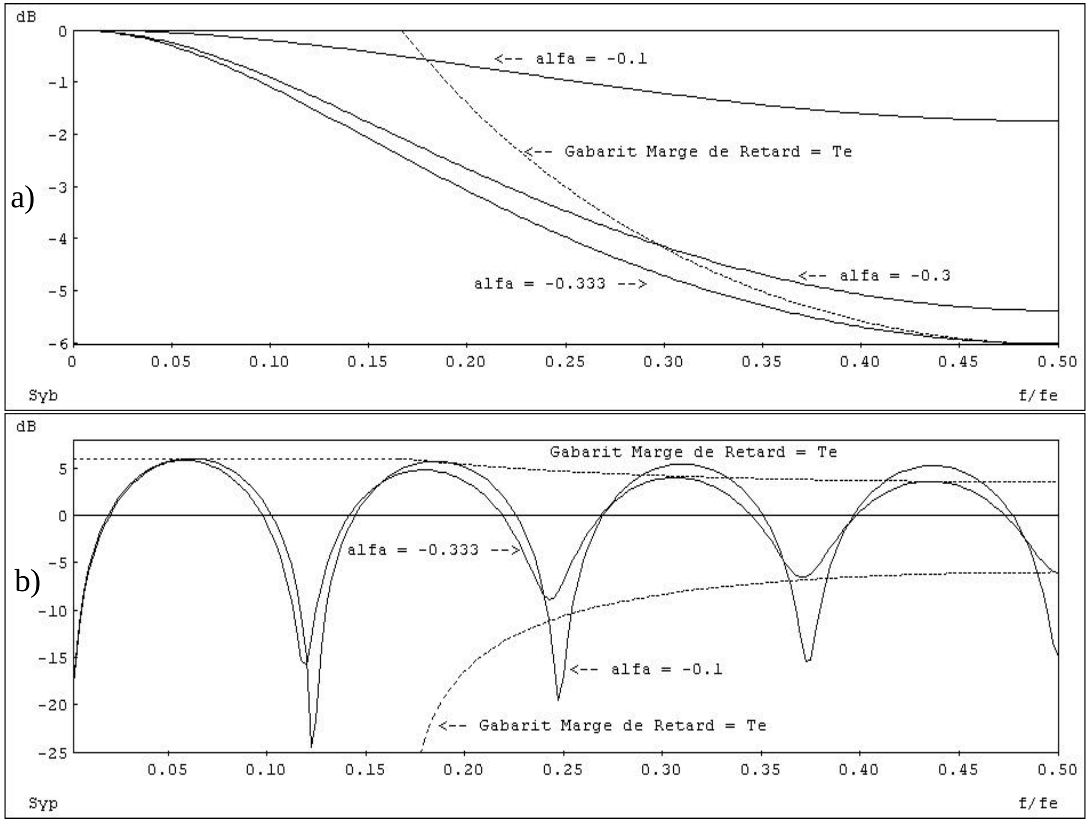
Rem.: Pour toutes les stratégies on peut faire ressortir la présence du modèle dans le régulateur (voir Annexe A2-pg.505-509)

Commande à modèle interne d’un système avec retard

Procédé: $d = 7; A = 1 - 0.2q^{-1}; B = q^{-1}$

Pour satisfaire la « marge de retard » il faut introduire des pôles auxiliaires

$$P_F(q^{-1}) = (1 + a\, q^{-1}) \qquad -1 < a < 0$$



$\alpha = -0.1; -0.2; -0.333$

La bonne valeur
(s’obtient par calcul,
voir livre pg.181)

Pour d’autre solutions: voir livre pg.181-185

Placement de pôles avec calibrage des fonctions de sensibilité

Spécifications des performances pour le placement de pôles:

- Les pôles dominants désirés de la boucle fermée
- La trajectoire de référence (modèle de réfrence de poursuite)

Questions:

- Comment prendre en compte les spécifications dans certaines bandes de fréquences ?
- Comment garantir la *robustesse* des régulateurs ?
- Comment tirer avantage des degrés de liberté sur le nombre maximum de pôles

Réponse:

Calibrage des fonctions de sensibilité par:

- placement des pôles auxiliaires

- introduction des parties « fixes » dans le régulateur

Fonctions de sensibilité - rappel

Fonction de sensibilité perturbation – sortie:

$$S_{yp}(q^{-1}) = \frac{A(q^{-1})S(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})}$$

Fonction de sensibilité perturbation – entrée:

$$S_{up}(q^{-1}) = -\frac{A(q^{-1})R(q^{-1})}{A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1})}$$

Structure régulateur :

$$R(q^{-1}) = R'(q^{-1})H_R(q^{-1}) \qquad S(q^{-1}) = S'(q^{-1})H_S(q^{-1})$$

Parties fixes

Pôles dominants et auxiliaires:

$$A(q^{-1})S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1})R(q^{-1}) = P(q^{-1}) = P_D(q^{-1})P_F(q^{-1})$$

Etude des propriétés dans le domaine fréquentiel: $q=z=e^{jw}$

Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-sortie

P.1- *Le module de la fonction de sensibilité perturbation –sortie à une certaine fréquence donne le facteur d'amplification ou atténuation de la perturbation en sortie*

$S_{yp}(w) < 1(0\ dB)$ atténuation

$S_{yp}(w) > 1$ amplification

$S_{yp}(w) = 1$ fonctionnement en boucle ouverte

P.2 – *Le système en B.O. étant stable on a la propriété:*

$$\int_0^{0.5 f_e} \log \left| S_{yp}(e^{-j2pf/f_e}) \right| df = 0$$

La somme des aires entre la courbe de Syp et l'axe 0dB prises avec leur signe est nulle

$\Downarrow$

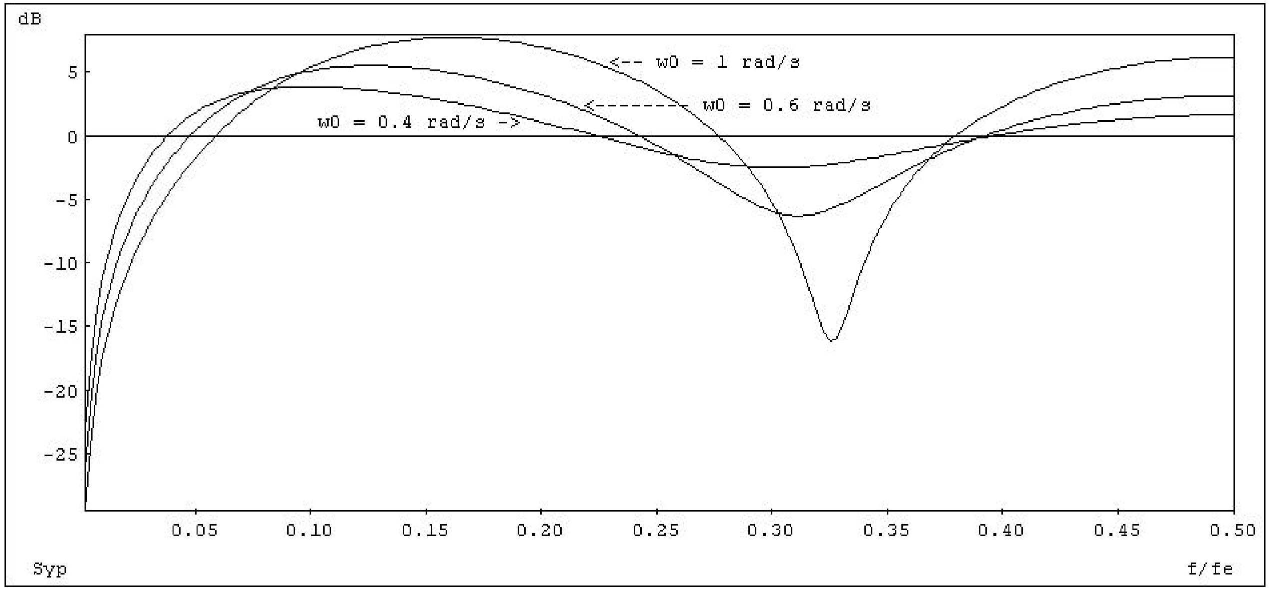
L'atténuation des perturbations dans une certaine zone de fréquences entraîne l'amplification des perturbations dans d'autres zones de fréquences !

Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-sortie

Augmentation de l'atténuation ou élargissement de la bande d'atténuation

Plus forte amplification des perturbations à l'extérieur de la bande d'atténuation

Réduction de la robustesse (diminution de la marge de module)



P.3 – $\Delta M = \left(\left| S_{yp}(jw) \right|_{\max} \right)^{-1}$

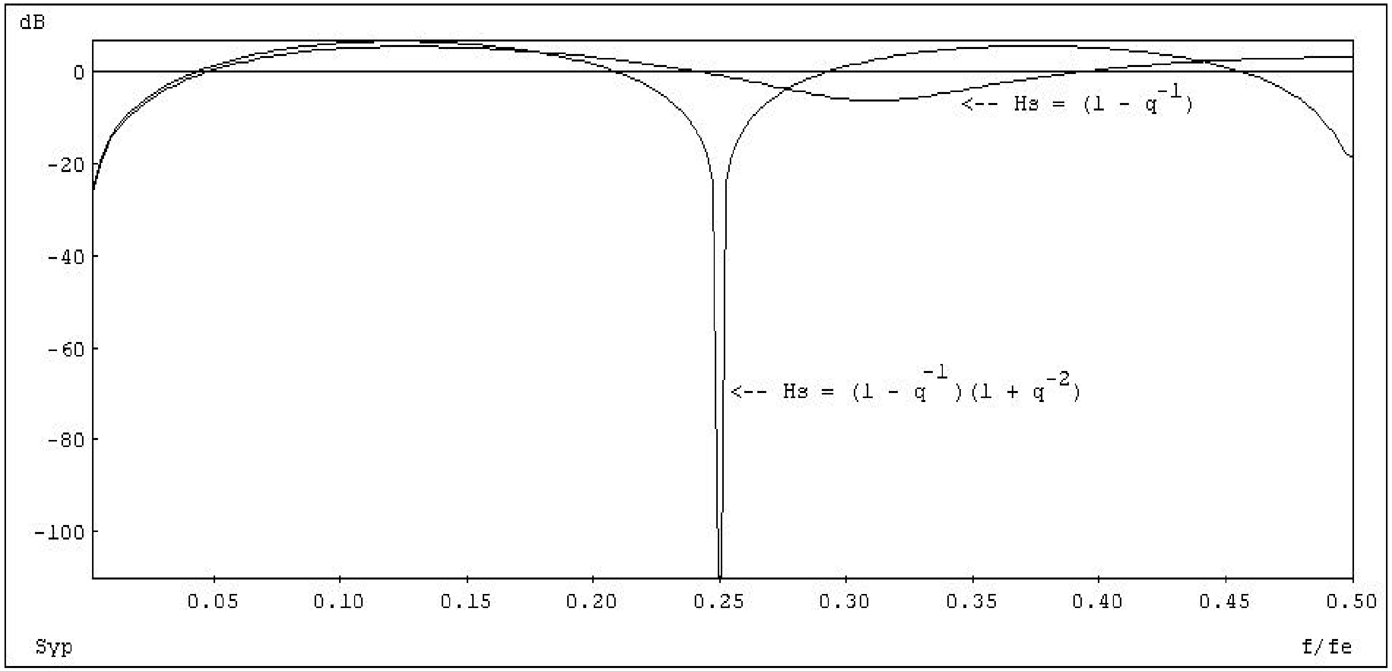
Marge de module

Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-sortie

P.4 – *Annulation de l'effet des perturbations à une certaine fréquence:*

$$\underbrace{A(e^{-jw})S(e^{-jw})}_{\text{Zéros de } S_{yp}} = A(e^{-jw})H_S(e^{-jw})S'(e^{-jw}) = 0 \quad ; \quad w = 2p\ f / f_e$$

Permet d'introduire des zéros au fréquences souhaitées

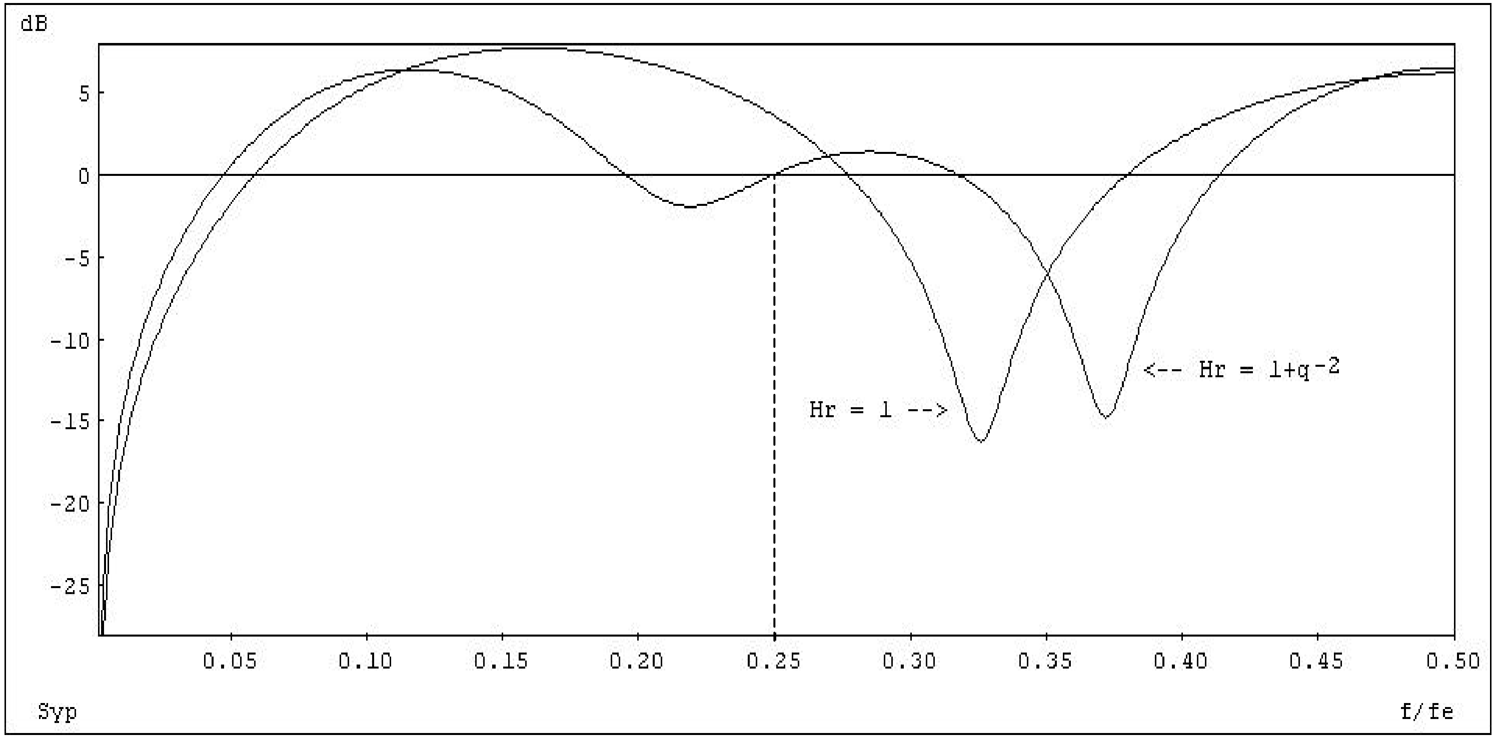


Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-sortie

P.5 - $\left|S_{yp}(jw)\right| = 1\,(0\,dB)$ *aux fréquences où:*

$$B^*(e^{-jw})R(e^{-jw}) = B^*(e^{-jw})H_R(e^{-jw})R'(e^{-jw}) = 0 \; ; \; w = 2p\ f / f_e$$

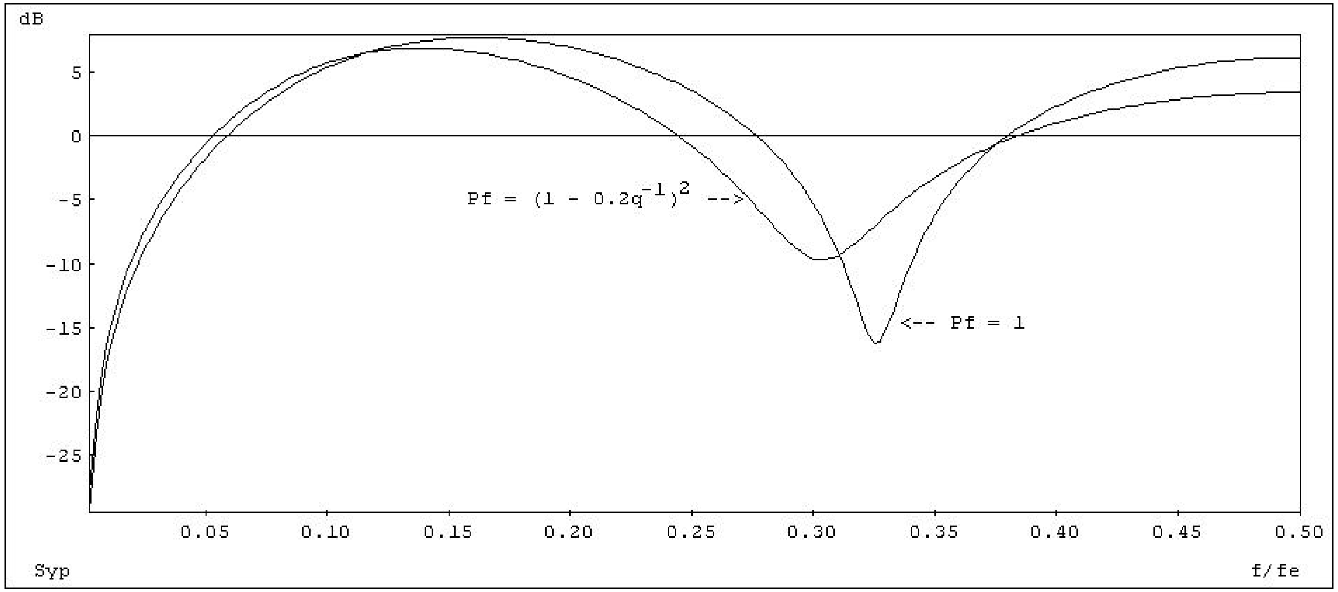
Permet d'introduire des zéros au fréquences souhaitées



Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-sortie

P.6 – *Les pôles auxiliaires (P_F) asymptotiquement stables entraînent (en général) une diminution de* $\left|S_{yp}(jw)\right|$ *dans les zones d'atténuation de 1/P_F*

$$P_F(q^{-1}) = (1 + p'q^{-1})^{n_{P_F}} \qquad -0.5 \leq p' \leq -0.05 \qquad n_{P_F} \leq n_P - n_{P_D}$$



Dans des nombreuses applications l'introduction des pôles auxiliaires hautes fréquences suffit pour assurer les marges de robustesse requises

Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-sortie

P.7 – *L'introduction simultanée d'une partie fixe* H_{Si} *et d'une paire de pôles auxiliaires* P_{Fi} *de la forme:*

$$\frac{H_{S_i}(q^{-1})}{P_{F_i}(q^{-1})} = \frac{1 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}}$$

résultant de la discrétisation de :

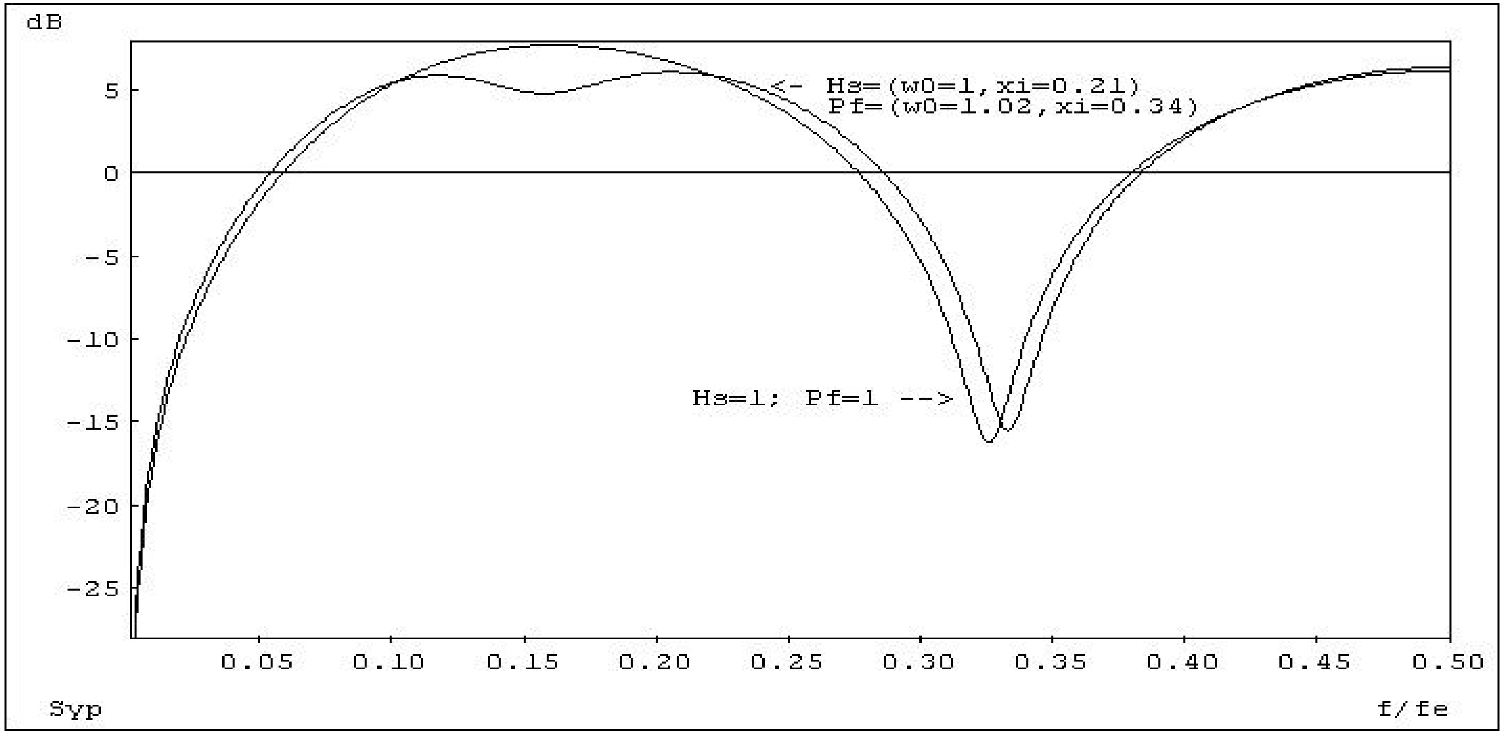
$$F(s) = \frac{s^2 + 2z_{num} w_0 s + w_0^2}{s^2 + 2z_{den} w_0 s + w_0^2} \qquad \text{avec:} \qquad s = \frac{2}{T_e}\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

introduit une atténuation (trou) à la fréquence discrétisée normalisée:

$$w_{disc} = 2\arctan\left(\frac{w_0 T_e}{2}\right) \quad \text{avec l'atténuation:} \quad M_t = 20\log\left(\frac{z_{num}}{z_{den}}\right) \quad (z_{num} < z_{den})$$

avec effet négligeable a $f << f_{disc}$ *et à* $f >> f_{disc}$

Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-sortie



Pour les détails de calcul voir livre pg.194-197.
Calcul effectif à l'aide de la fonction: *filter22.sci (.m)*

Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-entrée

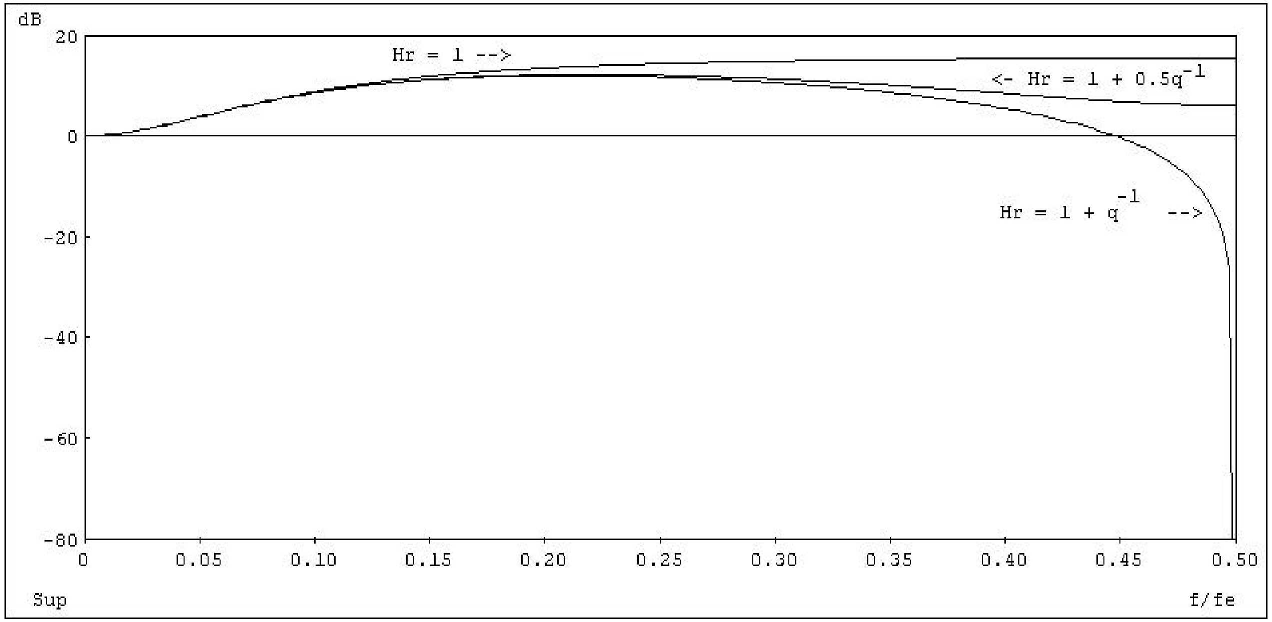
P.1 – *Annulation de l'effet des perturbations sur l'entrée à une certaine fréquence (S_{up} = 0):*

$$A(e^{-jw})H_R(e^{-jw})R'(e^{-jw}) = 0 \quad ; \quad w = 2p\ f / f_e$$

Permet d'introduire des zéros au fréquences souhaitées

$$H_R(q^{-1}) = 1 + bq^{-1} \qquad 0 < b \leq 1$$

(agit à $0.5f_e$)



Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-entrée

P.2 – *Aux fréquences où:*

$$A(e^{-jw})H_S(e^{-jw})S'(e^{-jw}) = 0 \quad ; \quad w = 2p\ f / f_e$$

on a:

$$\left|S_{yp}(jw)\right| = 0 \qquad\qquad \left|S_{up}(e^{-jw})\right| = \left|\frac{A(e^{-jw})}{B(e^{-jw})}\right|$$

Inverse du gain du système

Conséquence : l'atténuation forte des perturbations doit se faire uniquement dans les zones fréquentielles où le gain du système est suffisamment grand (pour préserver la robustesse et éviter des sollicitations trop importantes de l'actionneur)

Rappel: $\left|S_{up}(jw)\right|^{-1}$ donne la tolérance aux incertitudes additives sur le modèle

($\left|S_{up}(jw)\right|$ élevé = faible robustesse)

Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation-entrée

P.3 – *L'introduction simultanée d'une partie fixe H_{Ri} et d'une paire de pôles auxiliaires P_{Fi} de la forme:*

$$\frac{H_{R_i}(q^{-1})}{P_{F_i}(q^{-1})} = \frac{1 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2}}{1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2}}$$

résultant de la discrétisation de :

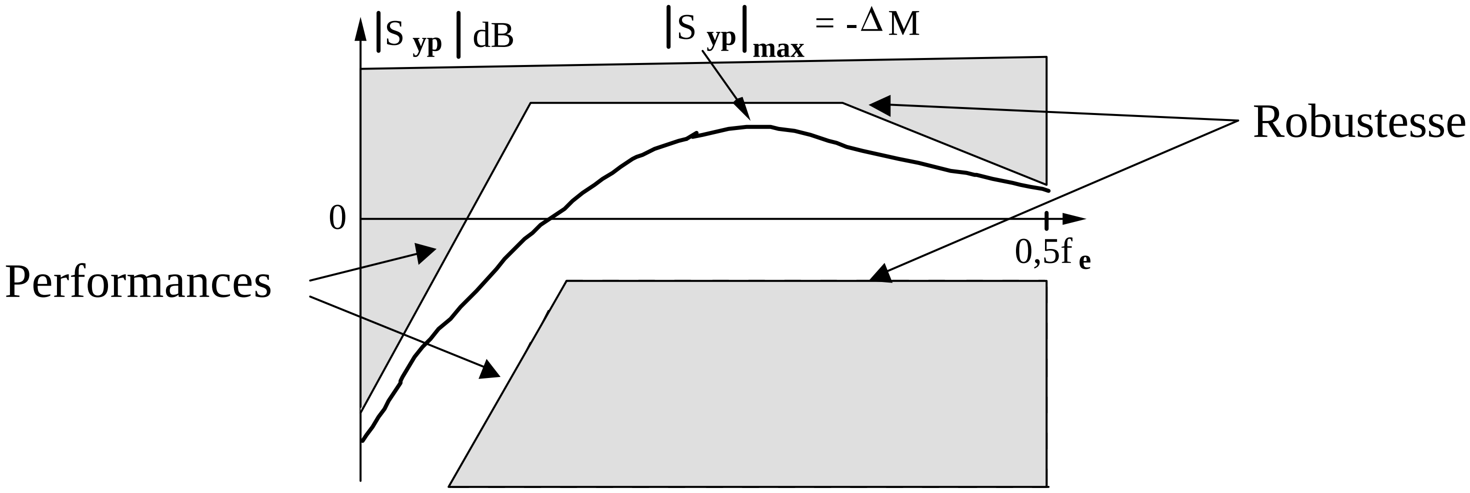
$$F(s) = \frac{s^2 + 2z_{num} w_0 s + w_0^2}{s^2 + 2z_{den} w_0 s + w_0^2} \qquad \text{avec:} \qquad s = \frac{2}{T_e} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

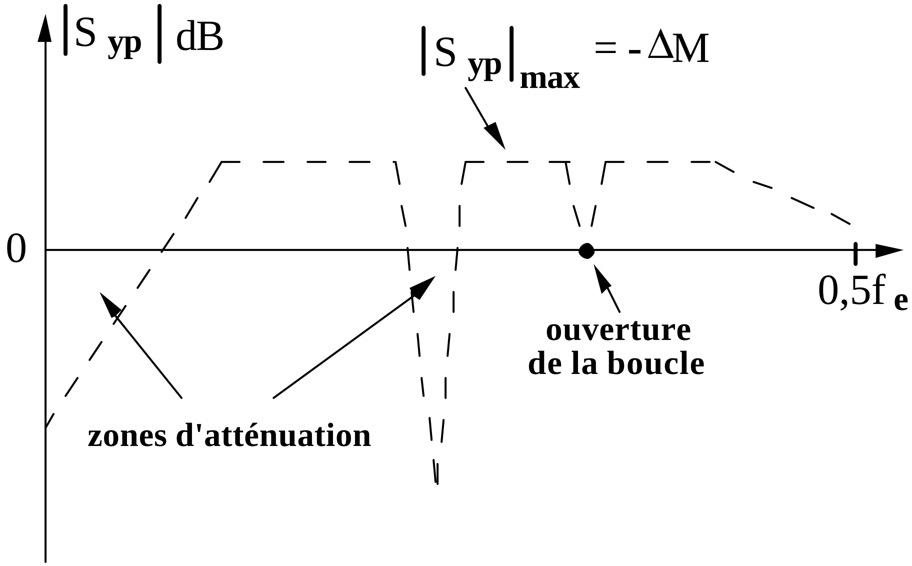
introduit une atténuation (trou) à la fréquence discrétisée normalisée:

$$w_{disc} = 2 \arctan\left(\frac{w_0 T_e}{2}\right) \quad \text{avec l'atténuation:} \quad M_t = 20 \log\left(\frac{z_{num}}{z_{den}}\right) \quad (z_{num} < z_{den})$$

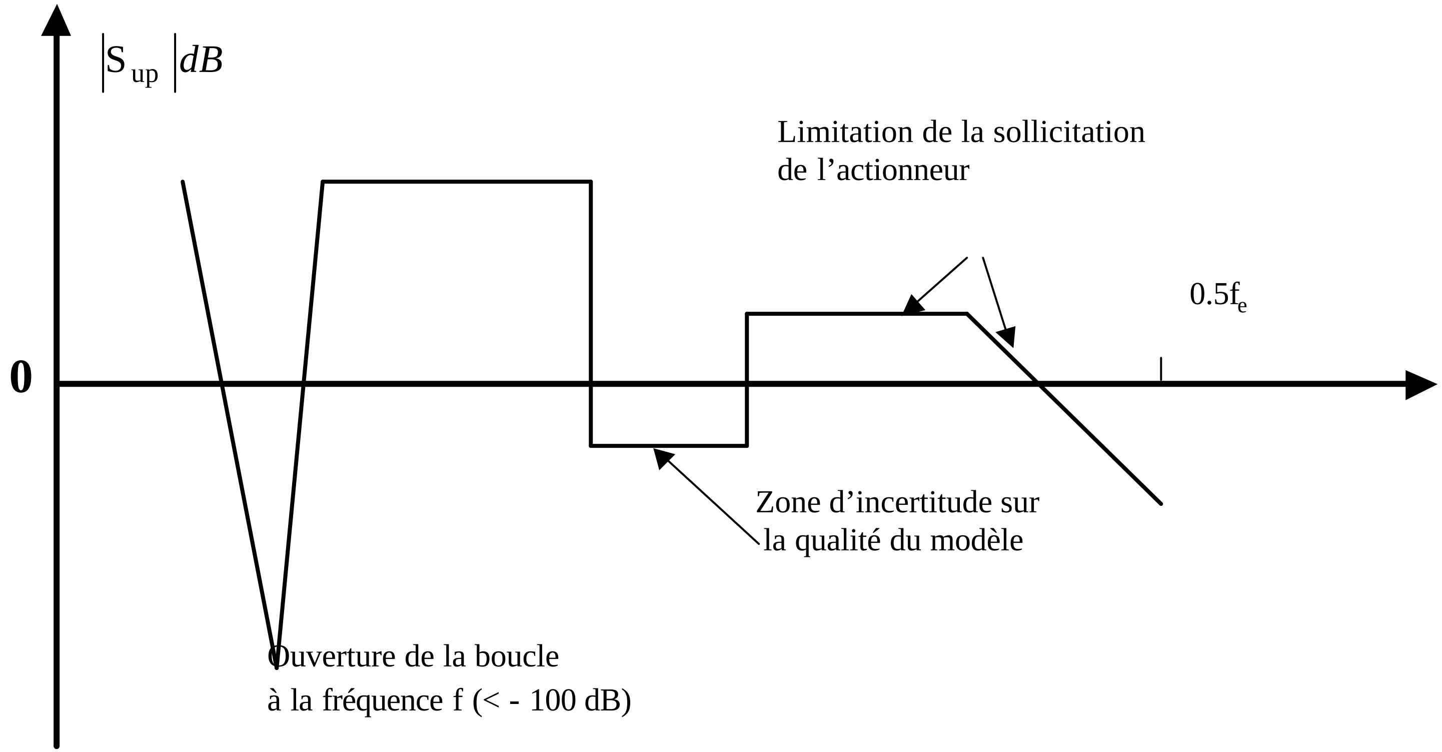
avec effet négligeable a $f << f_{disc}$ et à $f >> f_{disc}$

Gabarits pour les fonctions de sensibilité S_{yp}





Gabarits pour les fonctions de sensibilité S_{up}



Calibrage des fonctions de sensibilité

1. choix des pôles dominants et auxiliaires de la boucle fermée
2. choix des parties fixes du régulateur (H_S et H_R)
3. choix simultané des parties fixes et des pôles auxiliaires (dipôles)

Procédure:

Calibrage de base : utilisation de 1 et 2
Calibrage fin: utilisation de 3

WinReg et *ppmaster.m* sont des outils logiciels particulièrement adaptés pour le calibrage .

Les détails de la procédure de calibrage itératif sont décrits pg 202-207(livre)

Il existent aussi des procédures automatiques pour le calibrage basées sur l'optimisation convexe (Logiciel Optreg d'Adaptech)

Calibrage des fonctions de sensibilité. Exemple I

Procédé: $A = 1 - 0.7q^{-1}\ ;\ B = 0.3q^{-1}\ ;\ d = 2\ ;\ T_e = 1s$

Spécifications:

- Intégrateur
- Pôles dominants: discrétisation 2e ordre : ω_0 = 1 rad/s, ζ = 0.9

Régulateur A :

Bande d'atténuation: *0* à *0.058 Hz* mais *DM < -6 dB et Dt < Te* (voir 67)

Objectif: même bande d'atténuation mais avec *DM > -6 dB et Dt > Te*

- insertion pôles auxiliaires: $P_F = \left(1 - 0.4q^{-1}\right)^2$

Régulateur B : bonnes marges mais réduction de la bande d'atténuation

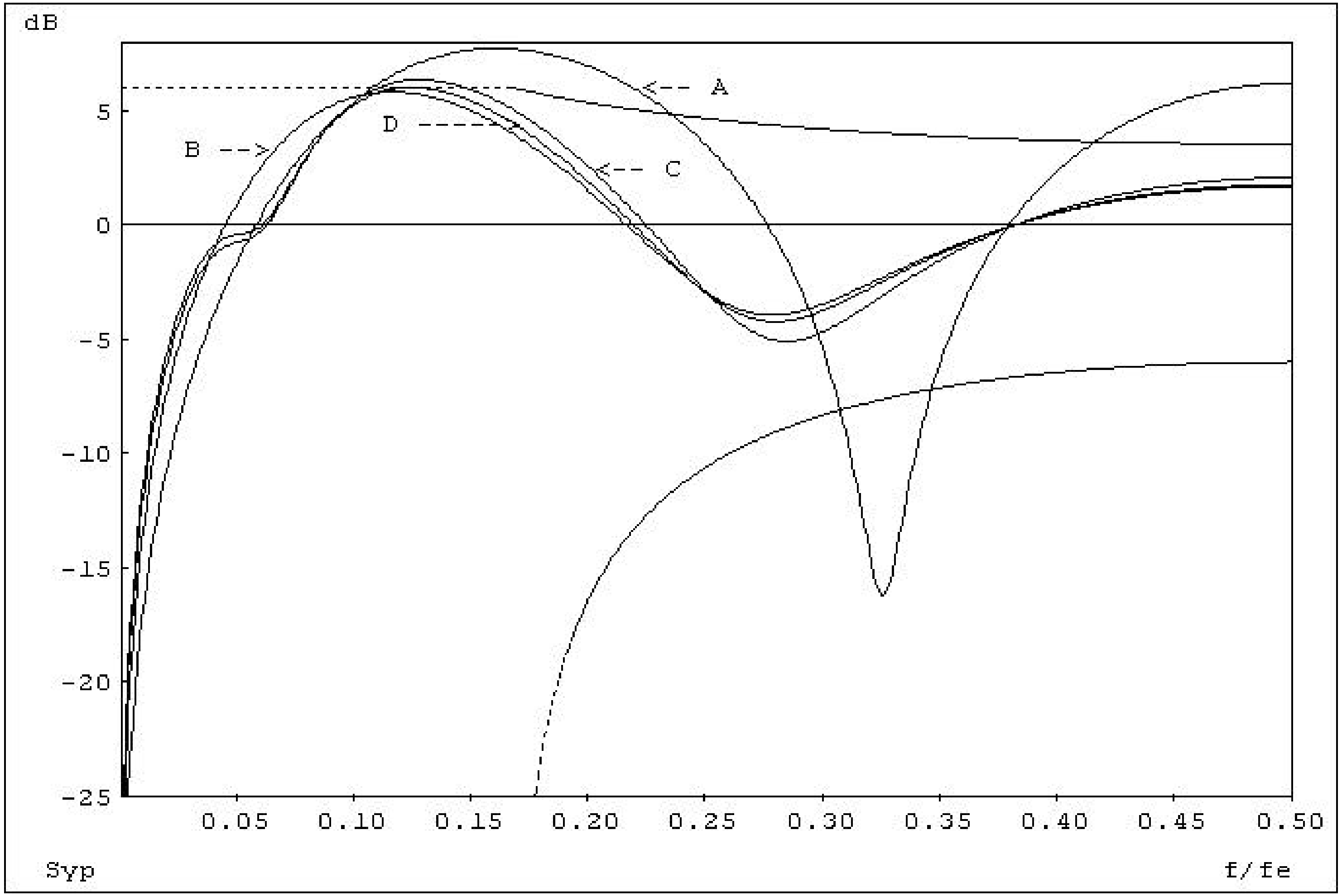
- insertion d'un dipôle H_S/P_F centré à w_0 = 0.4 rad/s

Régulateur C : bonne bande d'atténuation mais $S_{yp} > 6\ dB$

- augmentation (ralentissement) des pôles auxiliaires (0.4 → 0.44)

Régulateur D : Correct

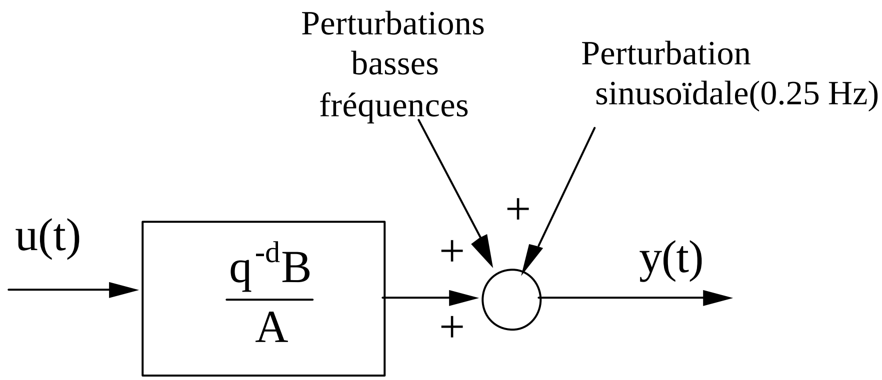
Calibrage des fonctions de sensibilité. Exemple I



Détails : livre pg 207-209

Calibrage des fonctions de sensibilité. Exemple II

Procédé (intégrateur): $A = 1 - q^{-1}\,;\, B = 0.5q^{-1}\,;\, d = 2\,;\, T_e = 1s$



Spécifications:

1. Pas d'atténuation de la perturbation sinusoïdale (0.25 Hz)
2. Bande d'atténuation basse frequence: 0 à 0.03 Hz
3. Amplification des perturbations à 0.07 Hz: < 3dB
4. Marge de module > -6 dB et marge de retard > T
5. Pas d'intégrateur dans le régulateur

Calibrage des fonctions de sensibilité. Exemple II

- Synthèse des parties fixes : $H_R = 1 + q^{-2}$; $H_S = 1$

Ouverture de le boucle à 0.25 Hz

- Pôles dominants: discrétisation 2e ordre : ω_0 = 0.628 rad/s, ζ = 0.9

Régulateur A : les specs.à 0.07 Hz ne sont pas satisfaites (voir 70)

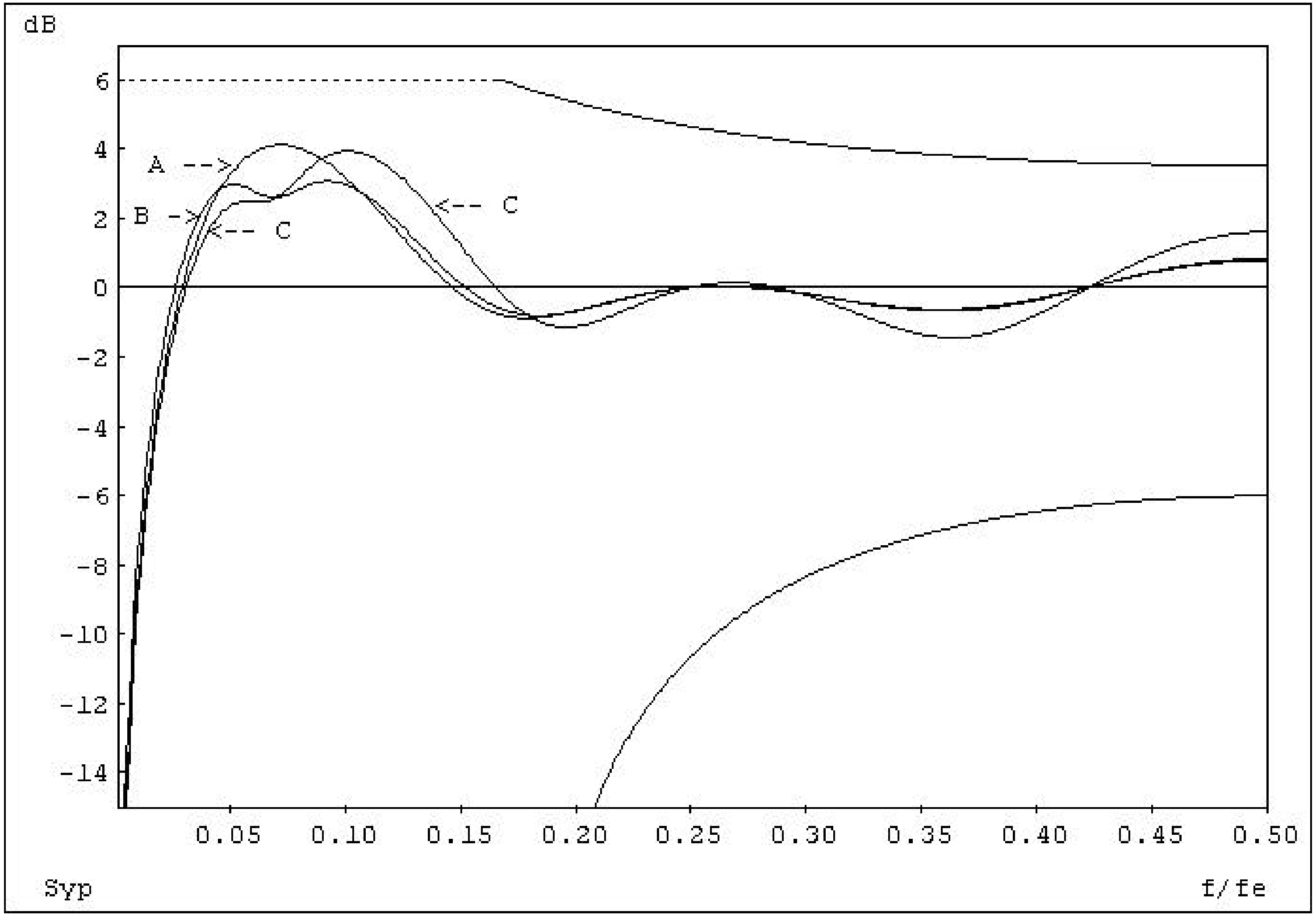
- insertion d'un dipôle H_S/P_F centré à ω_0 = 0.44 rad/s

Régulateur B : Bande d'atténuation inférieure aux specs.

- accélération des pôles dominants: ω_0 = 0.9 rad/s

Régulateur C : Correct (voir 70)

Calibrage des fonctions de sensibilité. Exemple II



Pour les détails voir livre pg.208-212 ainsi que l'exemple de la pg. 425

Quelques remarques récapitulatives

- Tous les régulateurs numériques ont une structure à trois branches (R-S-T). Ils ont deux degrés de liberté (régulation et poursuite)
- Le calcul du régulateur s'effectue en deux étapes :
  1) *R et S* (régulation)   2) *T* (poursuite)
- La complexité du régulateur dépend de la complexité du modèle
- Le *placement de pôles* est la stratégie de base
- La *poursuite et régulation à objectif indépendant* s'applique aux modèles discrets de procédé ayant des zéros stables
- La *poursuite et régulation à modèle interne* s'applique uniquement aux procédés stables et bien amortis
- Le PID numérique est un cas particulier du placement de pôles utilisables pour la commande de procédés simples (ordre max. = 2)
- Tous les régulateurs numériques présentés mettent en œuvre une *commande prédictive* et englobent implicitement un *modèle de prédiction du procédé*