

Paramétrisation de maillages

Master 2 Recherche Informatique

Références

-  M. Botsch, M. Pauly, L. Kobbelt, P. Alliez, B. Lévy, S. Bischoff, C. Rössl.
Geometric Modeling Based on Polygonal Meshes.
SIGGRAPH Course Notes, 2007.
-  M. S. Floater, K. Hormann.
Surface Parameterization : a Tutorial and Survey.
Advances in Multiresolution for Geometric Modelling,
Springer Verlag, 2005.
-  C. Grimm, D. Zorin.
Surface Modeling and Parameterization with Manifolds.
SIGGRAPH Course Notes, 2005.

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Surfaces implicites

Définition

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y, z) = 0\}$$

Interprétation

f est une fonction de localisation :

- $f(P) = 0$: P appartient à la surface
- $f(P) < 0$: P appartient à l'intérieur du volume délimité par la surface
- $f(P) > 0$: P appartient à l'extérieur du volume délimité par la surface

Surfaces paramétriques

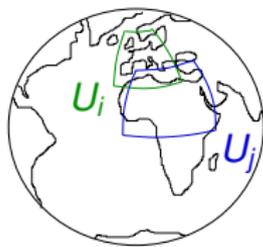
Définition

$$\left\{ (x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \in \mathbb{R}^3 : (u, v) \in \Omega \right\}$$

Interprétation

- description explicite de la surface
- mise en correspondance avec un ou plusieurs domaines de \mathbb{R}^2

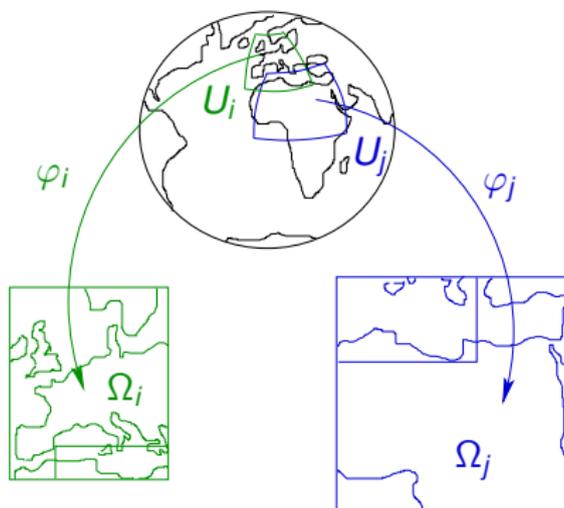
Surfaces paramétriques



U_i : ouverts de la variété

Variété et atlas de cartes

Surfaces paramétriques



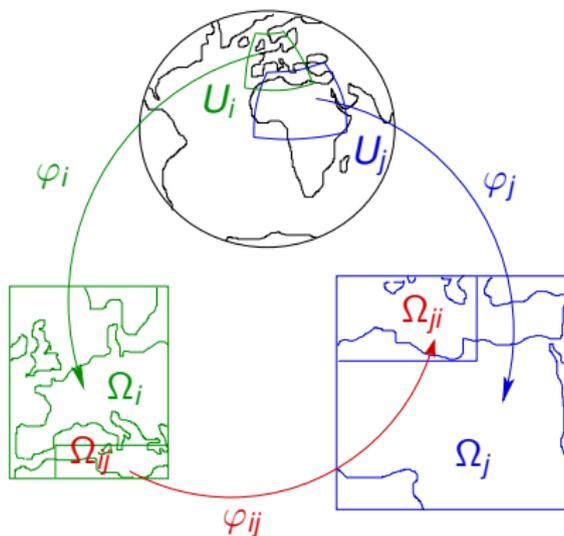
U_i : ouverts de la variété

φ_i : homéomorphismes

Ω_i : ouverts de \mathbb{R}^2

Variété et atlas de cartes

Surfaces paramétriques



U_i : ouverts de la variété

φ_i : homéomorphismes

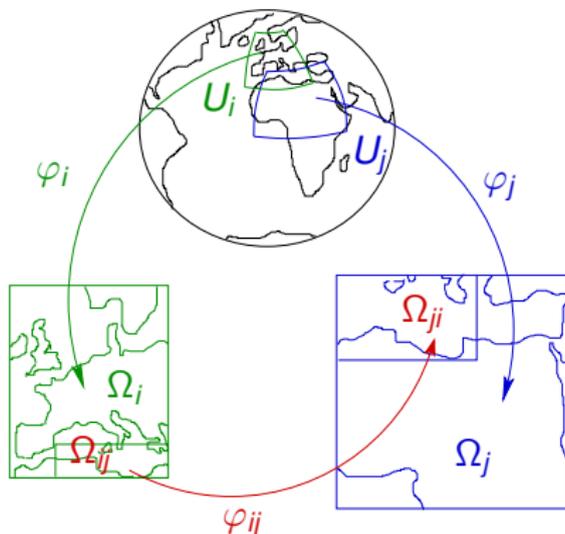
Ω_i : ouverts de \mathbb{R}^2

φ_{ij} : fonctions de transition

Variété et atlas de cartes

Surfaces paramétriques

Généraliser aux surfaces ce qui est défini sur \mathbb{R}^2



U_i : ouverts de la variété

φ_i : homéomorphismes

Ω_i : ouverts de \mathbb{R}^2

φ_{ij} : fonctions de transition

Variété et atlas de cartes

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - **Paramétrisation de surfaces**
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

En général

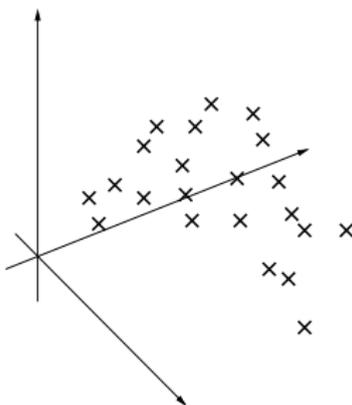
Principe

- entrée : ensemble de points de \mathbb{R}^3
- sortie : représentation paramétrique

En général

Principe

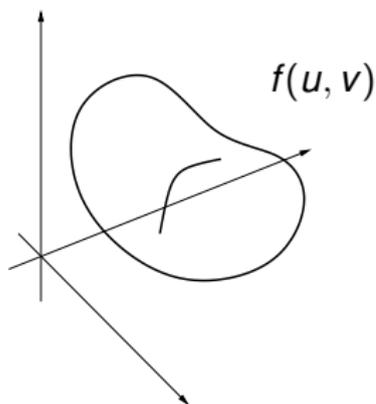
- entrée : ensemble de points de \mathbb{R}^3
- sortie : représentation paramétrique



En général

Principe

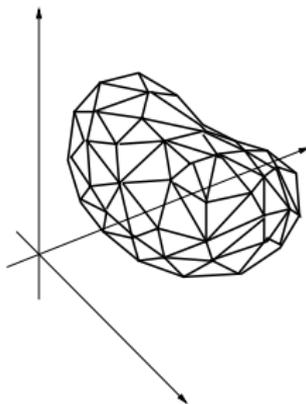
- entrée : ensemble de points de \mathbb{R}^3
- sortie : représentation paramétrique



En général

Principe

- entrée : ensemble de points de \mathbb{R}^3
- sortie : représentation paramétrique



En général

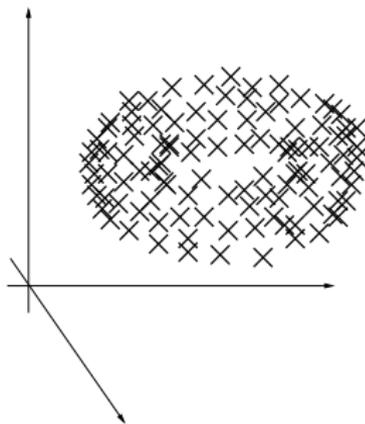
Pourquoi ?

- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans

En général

Pourquoi ?

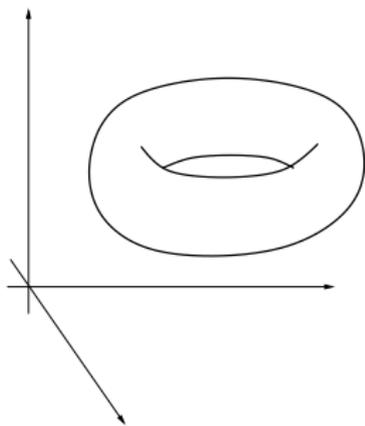
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Pourquoi ?

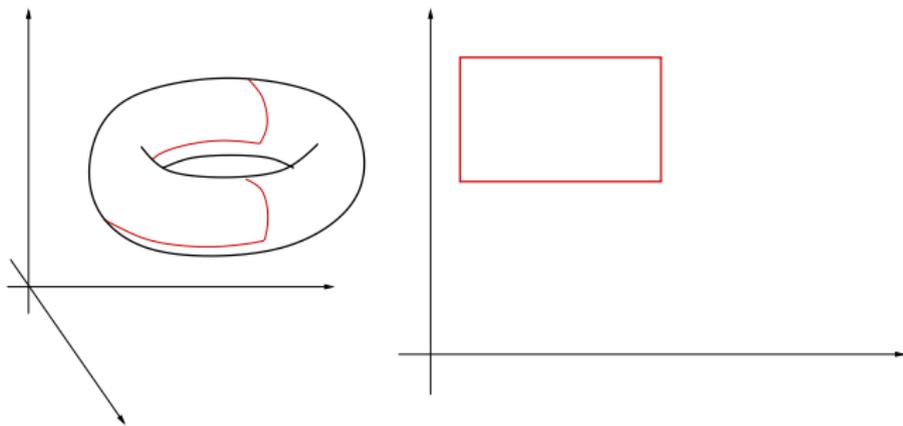
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Pourquoi ?

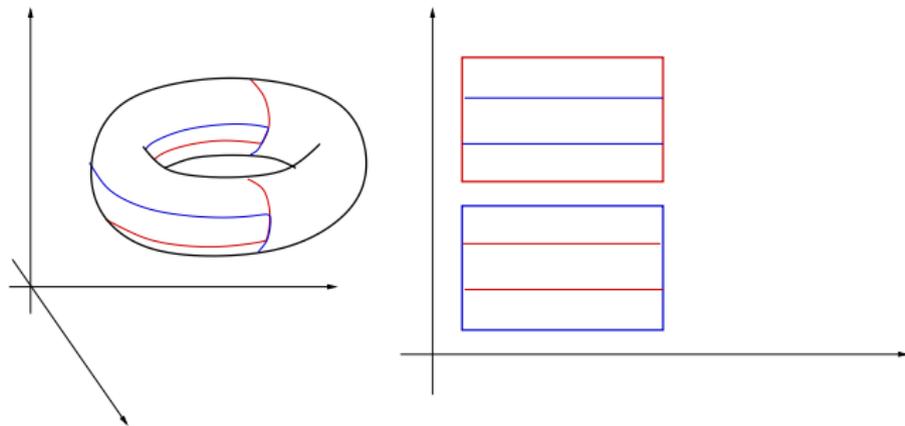
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Pourquoi ?

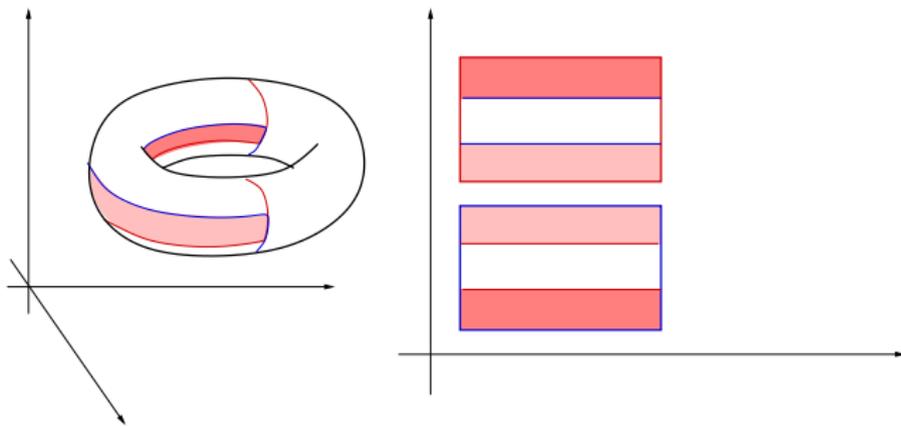
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Pourquoi ?

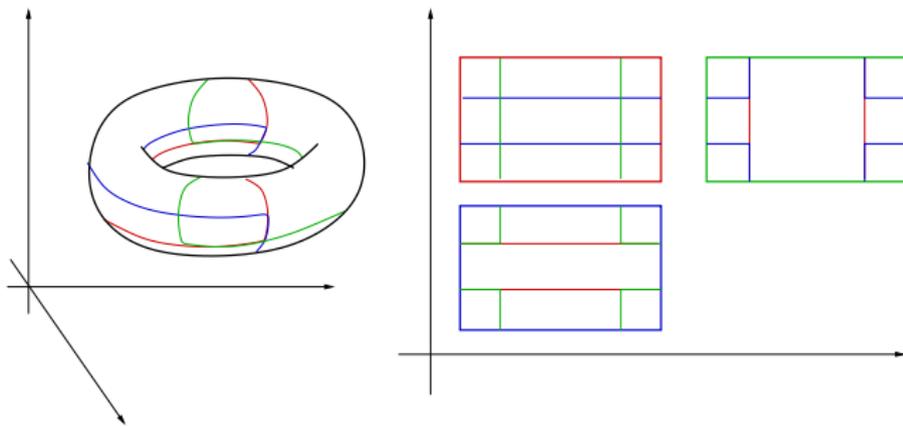
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Pourquoi ?

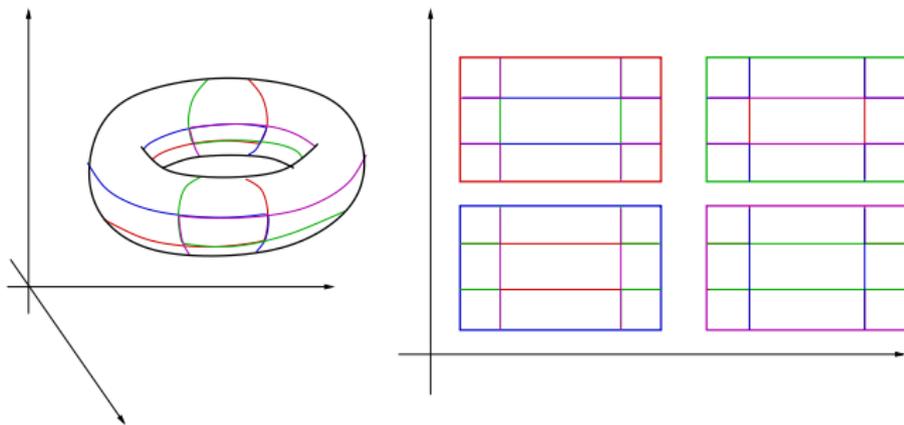
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Pourquoi ?

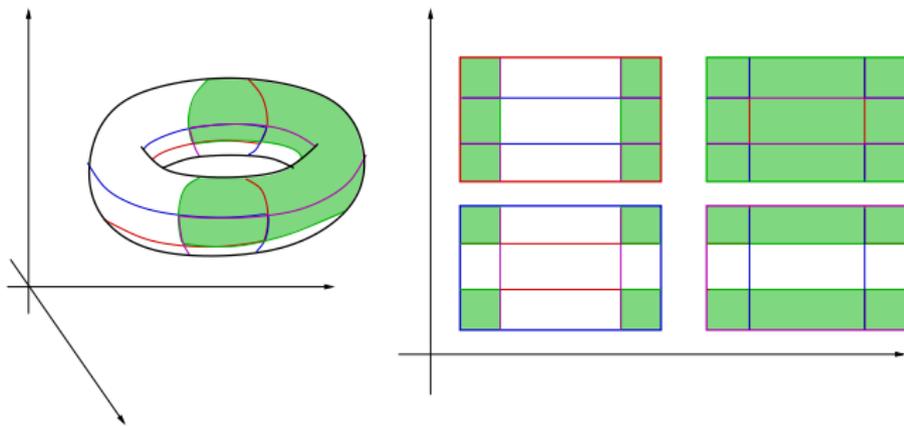
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Pourquoi ?

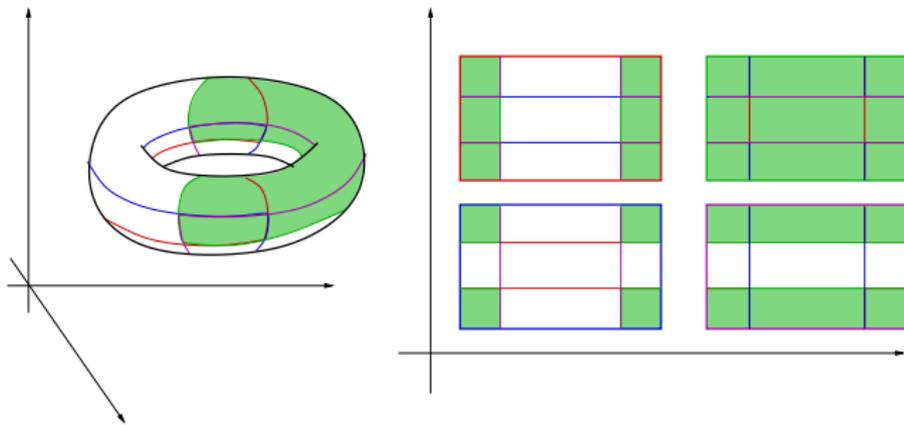
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



En général

Applications

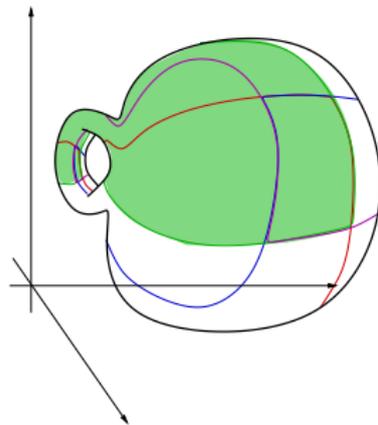
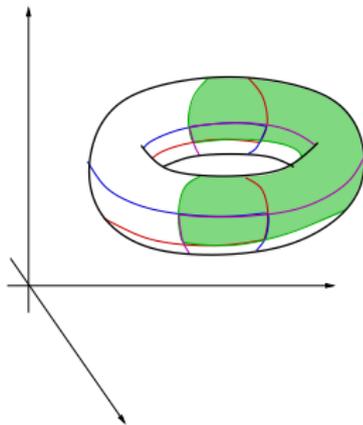
- **plaquage de texture**
- mise en correspondance entre surfaces



En général

Applications

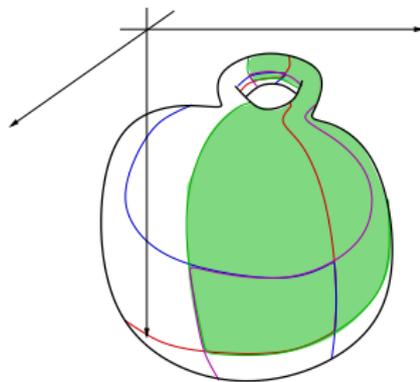
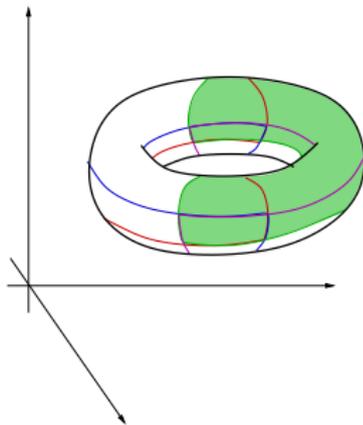
- plaquage de texture
- mise en correspondance entre surfaces



En général

Applications

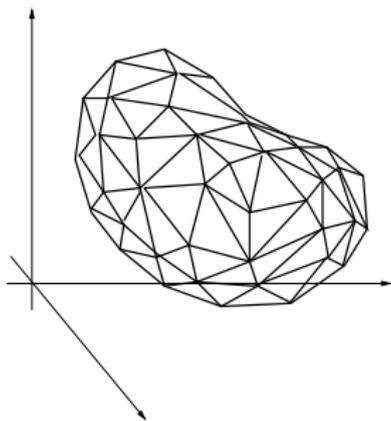
- plaquage de texture
- mise en correspondance entre surfaces



Maillage

Principe

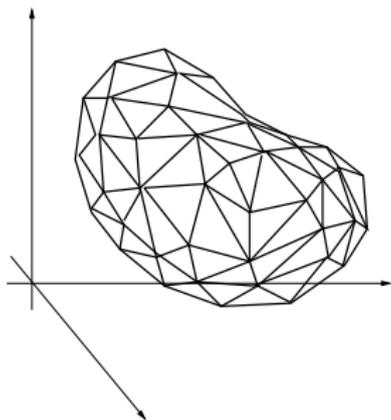
- entrée : maillage (S, A, F) plongé dans \mathbb{R}^3
- sortie : représentation paramétrique



Maillage

Pourquoi ?

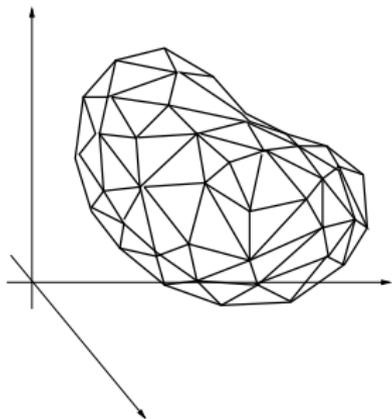
- **structurer et/ou compresser les données**
- les mettre en bijection avec des domaines plans



Maillage

Pourquoi ?

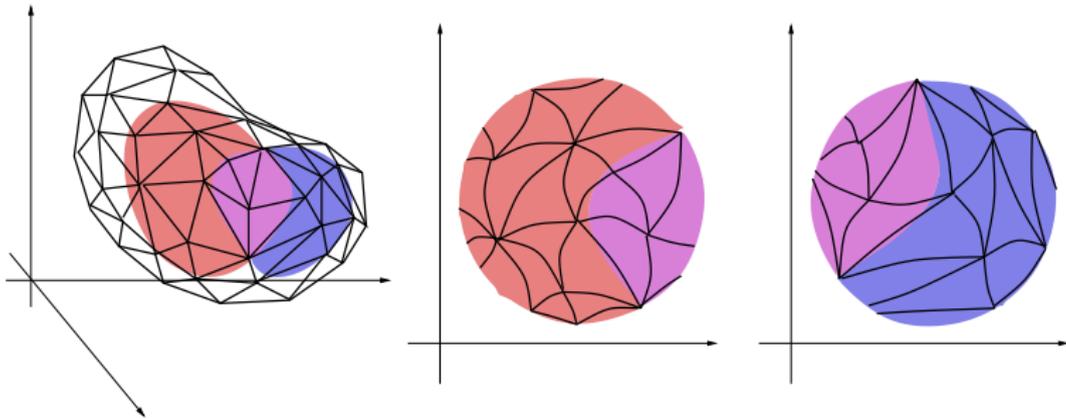
- structurer et/ou compresser les données
- **les mettre en bijection avec des domaines plans**



Maillage

Pourquoi ?

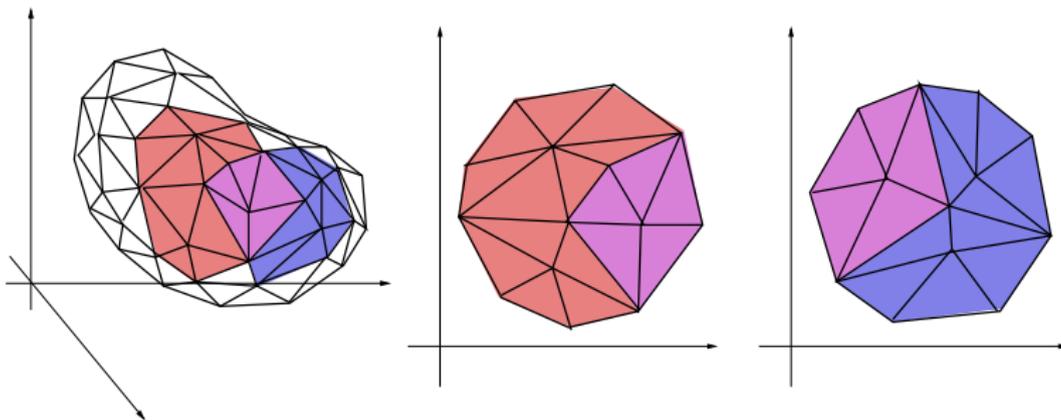
- structurer et/ou compresser les données
- les mettre en bijection avec des domaines plans



Maillage

Pourquoi ?

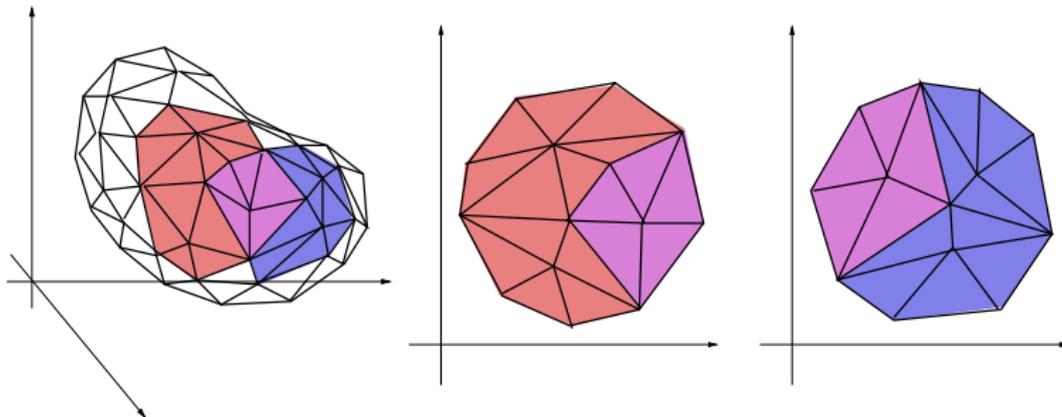
- structurer et/ou compresser les données
- **les mettre en bijection avec des domaines plans**



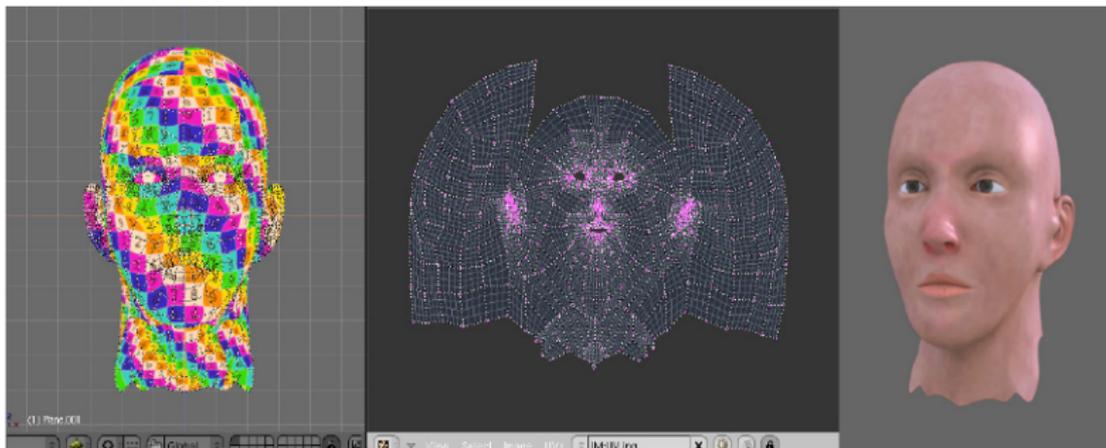
Maillage

Applications

- plaquage de texture
- mise en correspondance entre surfaces : morphing, remaillage etc.

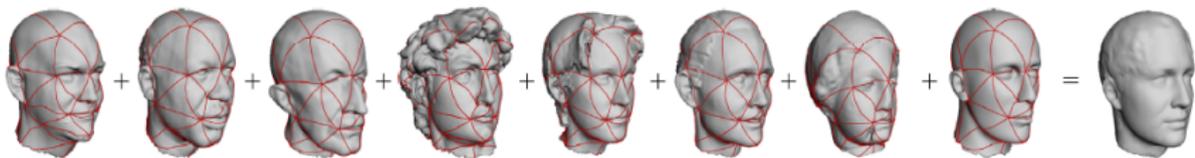


Plaquage de texture



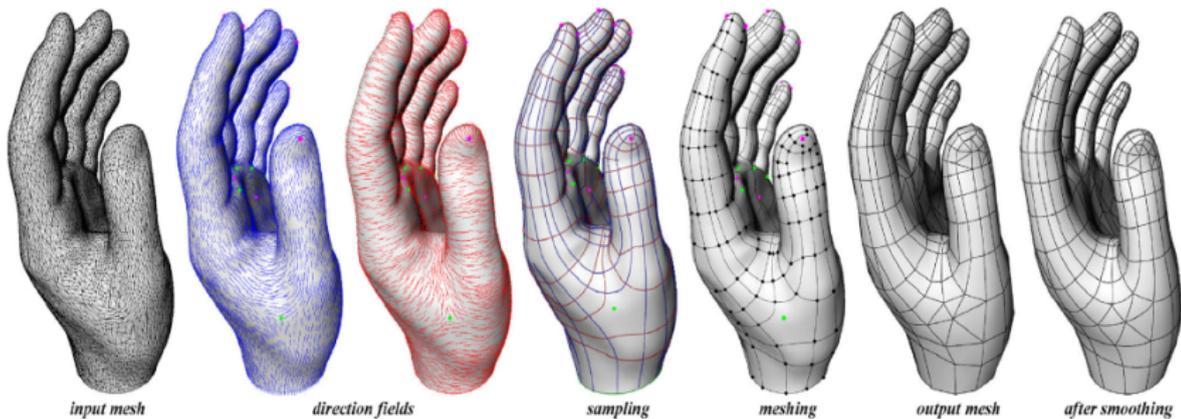
Lévy, Petitjean, Ray, Maillot, Least squares conformal maps for automatic texture atlas generation. *SIGGRAPH 02*

Morphing



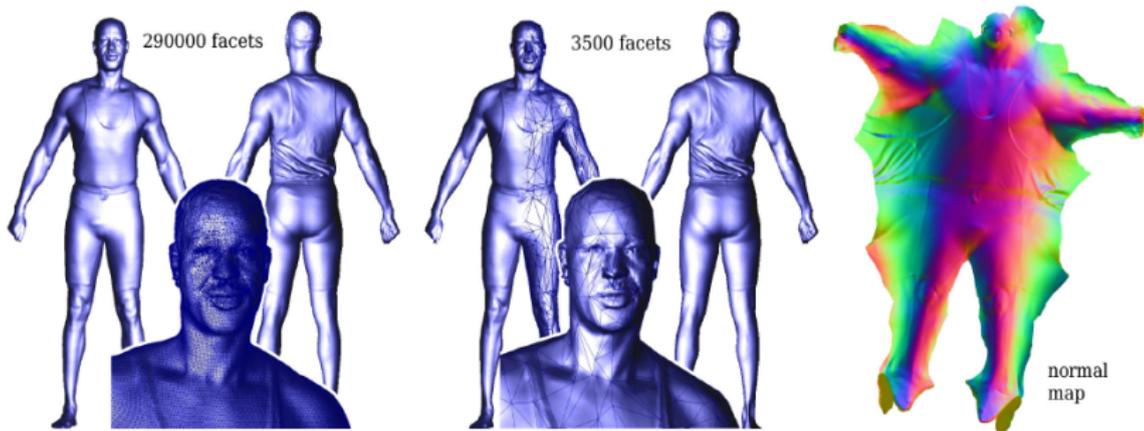
Praun, Sweldens, Schröder, Consistent Mesh
Parameterizations *SIGGRAPH 01*

Remaillage



Alliez, Cohen-Steiner, Devillers, Lévy, Desbrun, Anisotropic polygonal remeshing *SIGGRAPH 03*

Remaillage + Texture

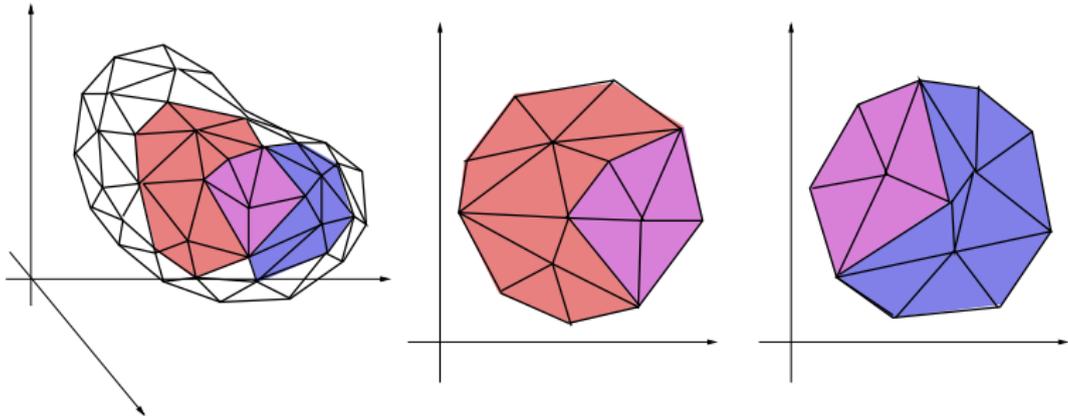


Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 **Propriétés d'une paramétrisation**
 - **Proto-atlas et mise-à-plat**
 - **Analyse de la distortion**
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

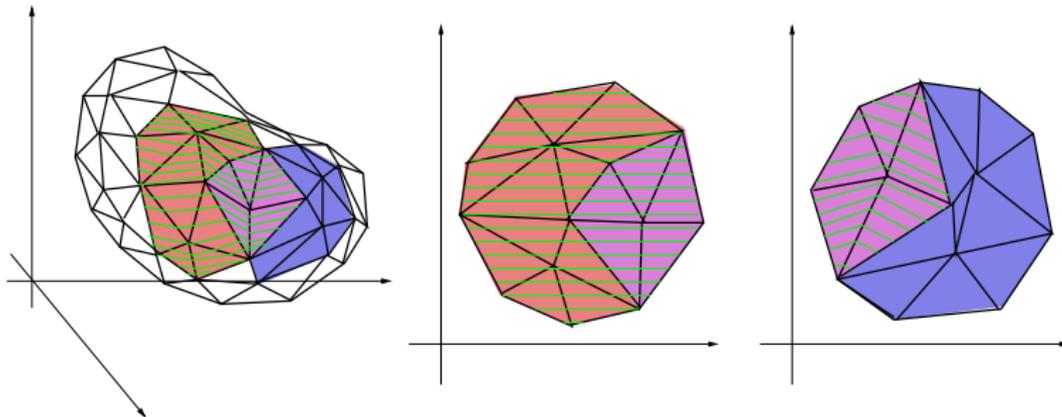
Propriétés

Continuité et régularité à définir



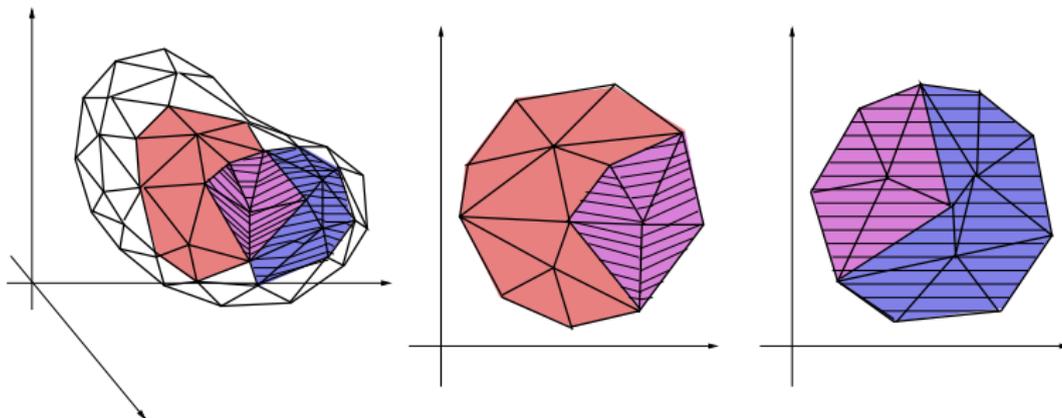
Propriétés

Continuité et régularité à définir



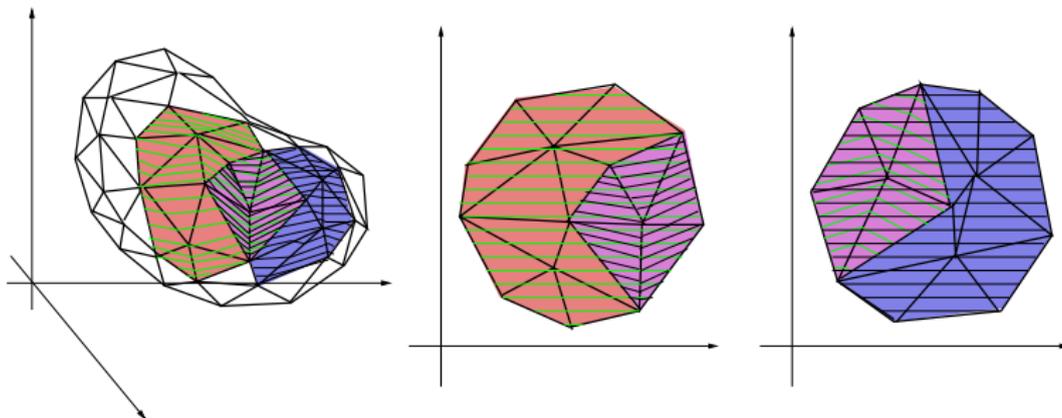
Propriétés

Continuité et régularité à définir



Propriétés

Continuité et régularité à définir



Propriétés

Continuité et régularité à définir

- proto-atlas C^∞
- mise en correspondance bijective et continue
- distortion minimisée

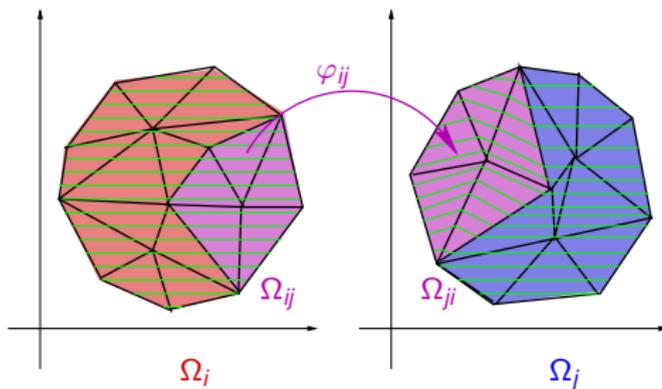
Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 **Propriétés d'une paramétrisation**
 - **Proto-atlas et mise-à-plat**
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Proto-atlas C^∞

Proto-atlas

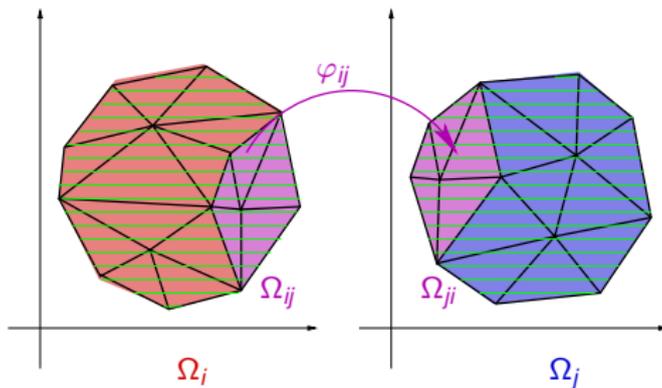
- domaines Ω_i de \mathbb{R}^2 et
- fonctions de transition φ_{ij} homéomorphismes



Proto-atlas C^∞

Proto-atlas C^∞

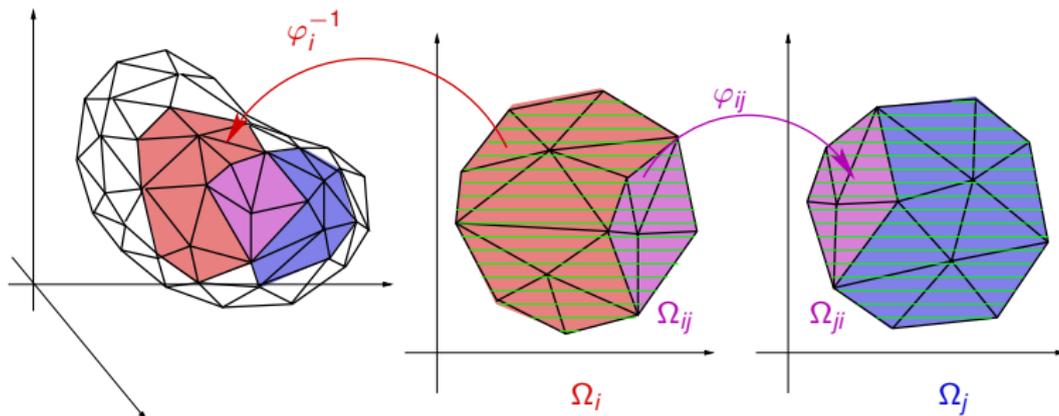
- 1 seul domaine Ω de \mathbb{R}^2 ou
- fonctions de transition φ_{ij} C^∞ -difféomorphismes



Paramétrisation locale homéomorphisme

En général

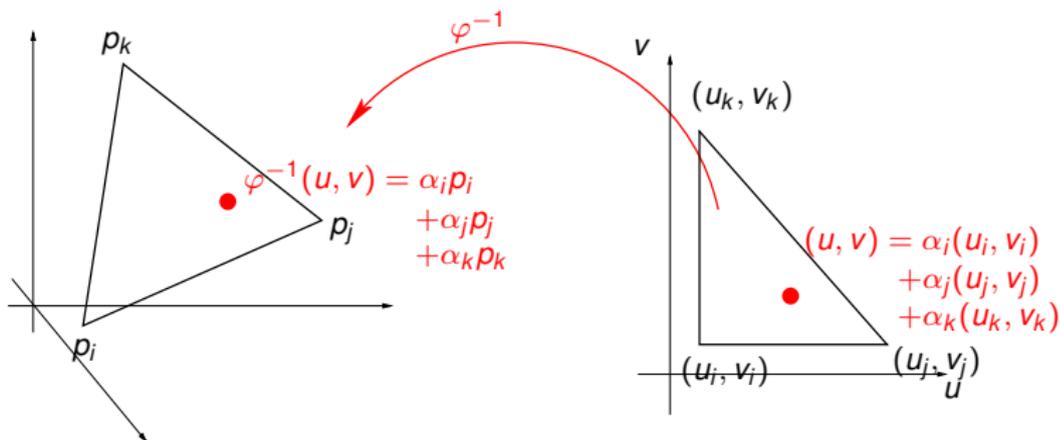
φ_i^{-1} homéomorphisme = bijective et continue



Paramétrisation locale homéomorphisme

Pour un maillage

- paramétrisation linéaire par morceaux :
- il faut donc trouver les (u_i, v_i) minimisant la distortion



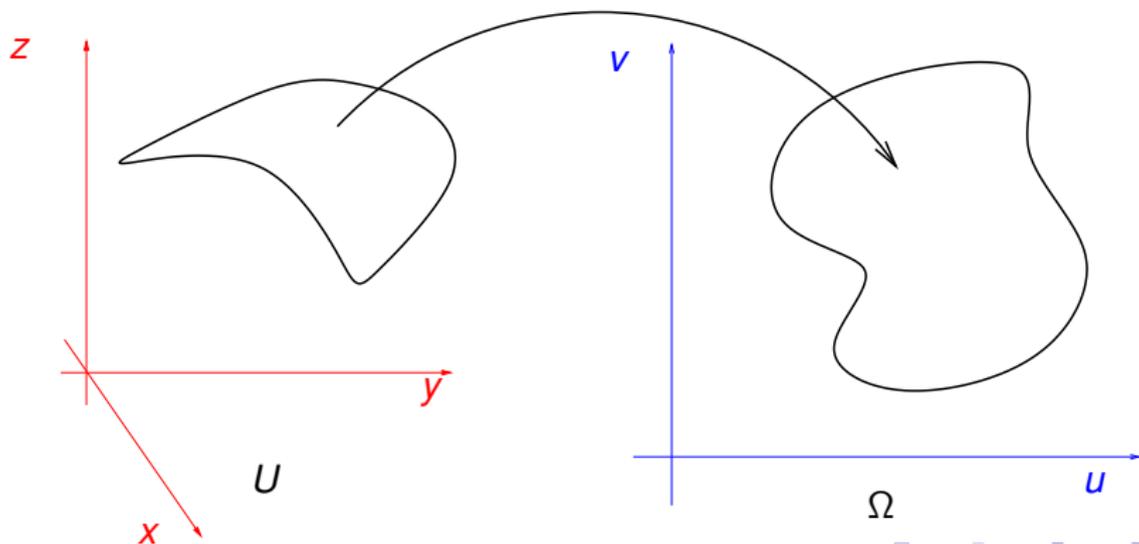
Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 **Propriétés d'une paramétrisation**
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - **Analyse de la distortion**
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Analyse de la fonction de mise à plat φ

Caractéristiques différentielles de φ à calculer sur la surface U

$$\varphi(x, y, z) = (u(x, y, z), v(x, y, z))$$

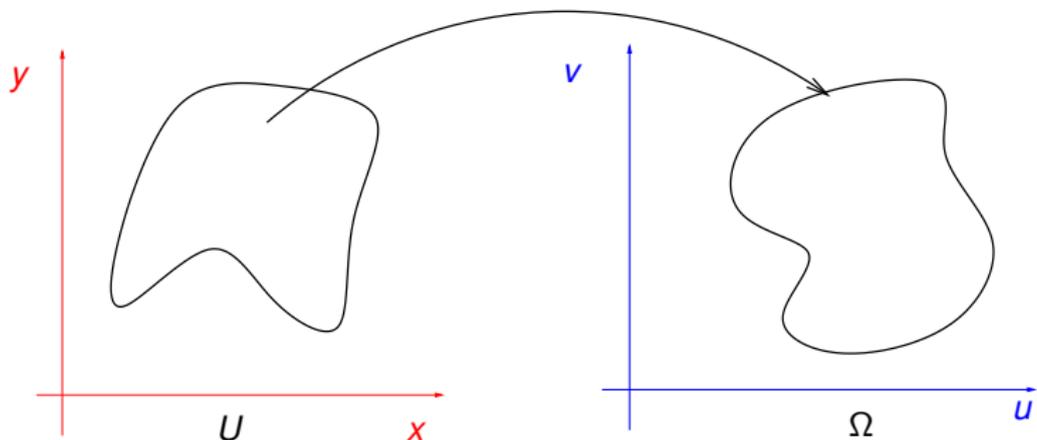


Géométrie différentielle

Simplification : U est plan

La distorsion causée par φ est alors caractérisée par sa 1ère forme fondamentale.

$$\varphi(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$$



Géométrie différentielle

Première forme fondamentale I

$$I = J^T J$$

où J est le Jacobien de $\varphi(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$:

$$J = \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix}$$

Géométrie différentielle

Première forme fondamentale I

$$I = J^T J$$

où J est le Jacobien de $\varphi(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$:

$$J = \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix}$$

i.e.

$$I = \begin{pmatrix} u_x^2 + v_x^2 & u_x u_y + v_x v_y \\ u_x u_y + v_x v_y & u_y^2 + v_y^2 \end{pmatrix}$$

Géométrie différentielle

Première forme fondamentale I

$$I = J^T J$$

où J est le Jacobien de $\varphi(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$:

$$J = \begin{pmatrix} u_x & u_y \\ v_x & v_y \end{pmatrix}$$

i.e.

$$I = \begin{pmatrix} \|\frac{\partial \varphi}{\partial x}\|^2 & \langle \frac{\partial \varphi}{\partial x} | \frac{\partial \varphi}{\partial y} \rangle \\ \langle \frac{\partial \varphi}{\partial x} | \frac{\partial \varphi}{\partial y} \rangle & \|\frac{\partial \varphi}{\partial y}\|^2 \end{pmatrix}$$

Géométrie différentielle

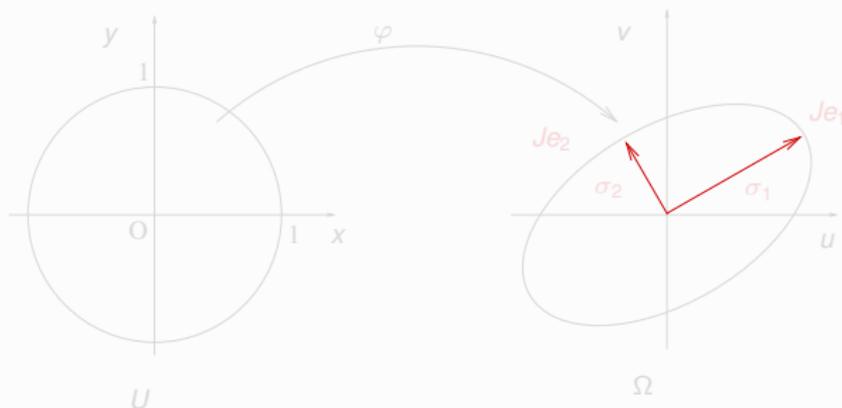
Valeurs et vecteurs propres

Notons σ_1 σ_2 les valeurs singulières de J .

Ce sont les racines carrées des valeurs propres λ_1 λ_2 de I .

Notons e_1 , e_2 les vecteurs propres de I .

Ellipse anisotropique



Géométrie différentielle

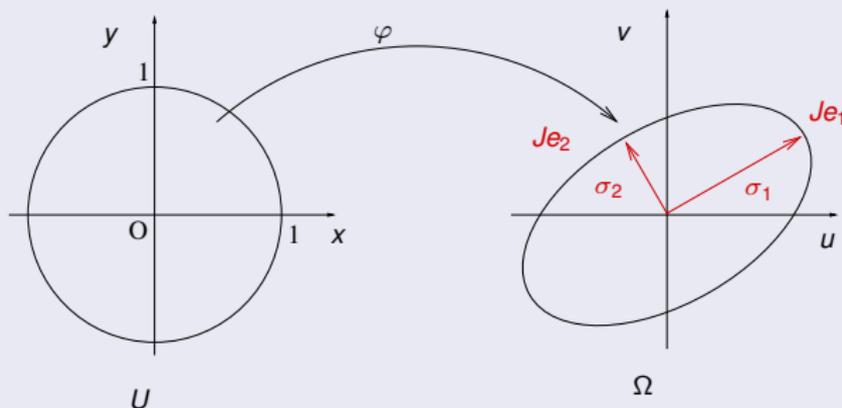
Valeurs et vecteurs propres

Notons σ_1 σ_2 les valeurs singulières de J .

Ce sont les racines carrées des valeurs propres λ_1 λ_2 de I .

Notons e_1 , e_2 les vecteurs propres de I .

Ellipse anisotropique



Géométrie différentielle

Propriétés conservées

- angles : transformation conforme
- aires : transformation authalique
- longueurs : transformation isométrique

Transformation Conforme

Angles conservés

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \perp \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\| = \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\|$$

Transformation Conforme

Angles conservés

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \perp \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\| = \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\|$$

Première forme fondamentale /

$$I = \begin{pmatrix} \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\|^2 & \left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial x} \middle| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial \varphi}{\partial x} \middle| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\rangle & \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\|^2 \end{pmatrix}$$

Transformation Conforme

Angles conservés

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \perp \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\| = \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\|$$

Première forme fondamentale /

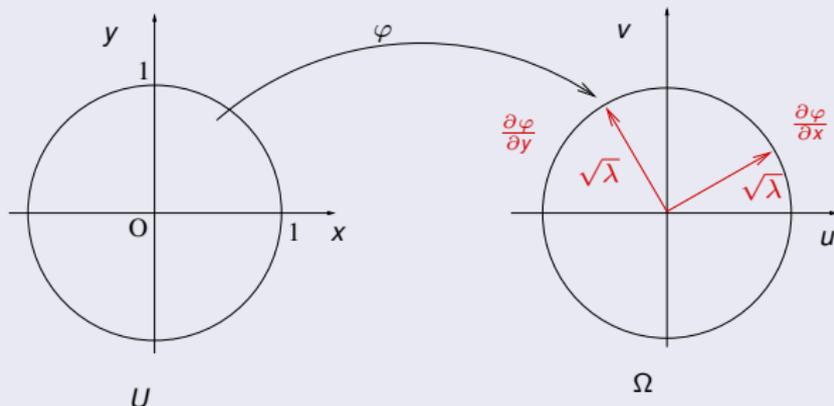
$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

Transformation Conforme

Angles conservés

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \perp \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\| = \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\|$$

Ellipse anisotropique

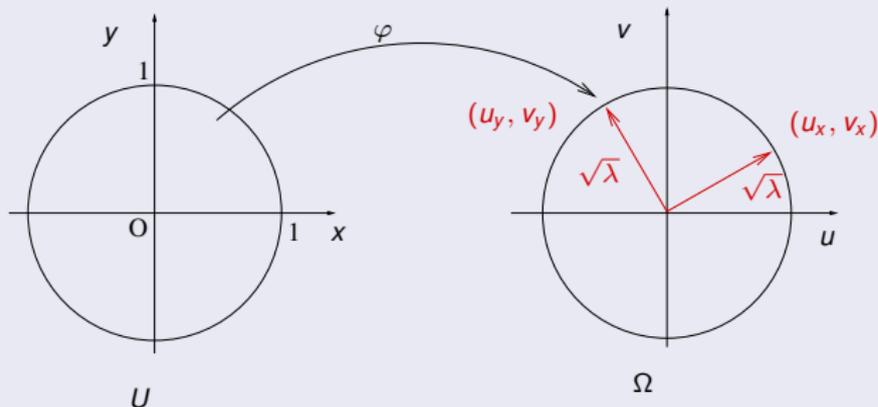


Transformation Conforme

Angles conservés

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \perp \frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{et} \quad \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right\| = \left\| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right\|$$

Ellipse anisotropique

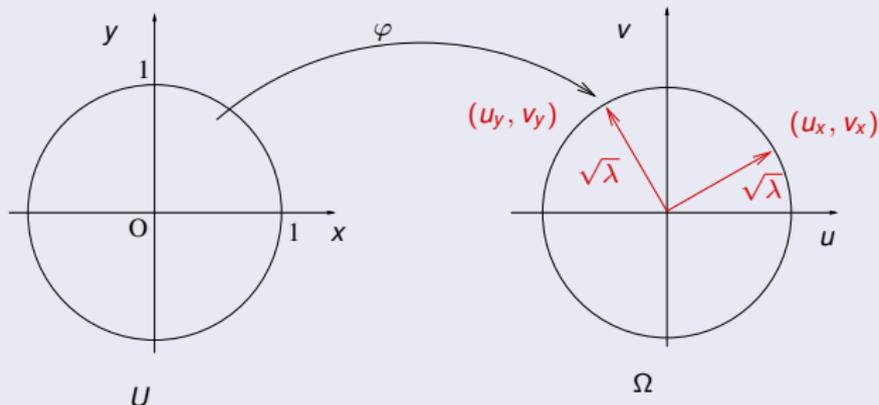


Transformation Conforme

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Ellipse anisotropique



Transformation Conforme

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Minimise l'énergie de Dirichlet sans condition aux bords

$$E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad} \varphi\|^2$$

Transformation Harmonique

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Transformation Harmonique

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Conséquence des équations de Cauchy-Riemann

$$u_{xx} = v_{xy} \quad \text{et} \quad u_{yy} = -v_{xy}$$

$$u_{xy} = v_{yy} \quad \text{et} \quad u_{xy} = -v_{xx}$$

Transformation Harmonique

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Conséquence des équations de Cauchy-Riemann

$$u_{xx} = v_{xy} \quad \text{et} \quad u_{yy} = -v_{xy}$$

$$u_{xy} = v_{yy} \quad \text{et} \quad u_{xy} = -v_{xx}$$

$$u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad \text{et} \quad v_{xx} + v_{yy} = 0$$

Transformation Harmonique

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Conséquence des équations de Cauchy-Riemann

$$u_{xx} = v_{xy} \quad \text{et} \quad u_{yy} = -v_{xy}$$

$$u_{xy} = v_{yy} \quad \text{et} \quad u_{xy} = -v_{xx}$$

$$u_{xx} + u_{yy} = 0 \quad \text{et} \quad v_{xx} + v_{yy} = 0$$

$$\Delta u = \Delta v = 0$$

Transformation Harmonique

Conséquence des équations de Cauchy-Riemann

$$\Delta u = \Delta v = 0$$

Minimise l'énergie de Dirichlet avec condition aux bords

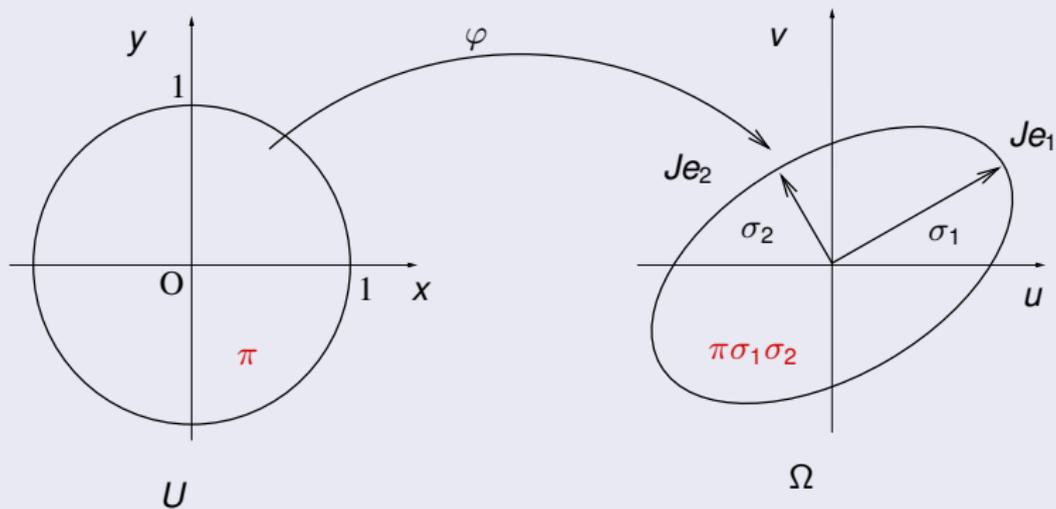
$$E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad}\varphi\|^2$$

et

$$\varphi|_{\partial U} = \varphi_0$$

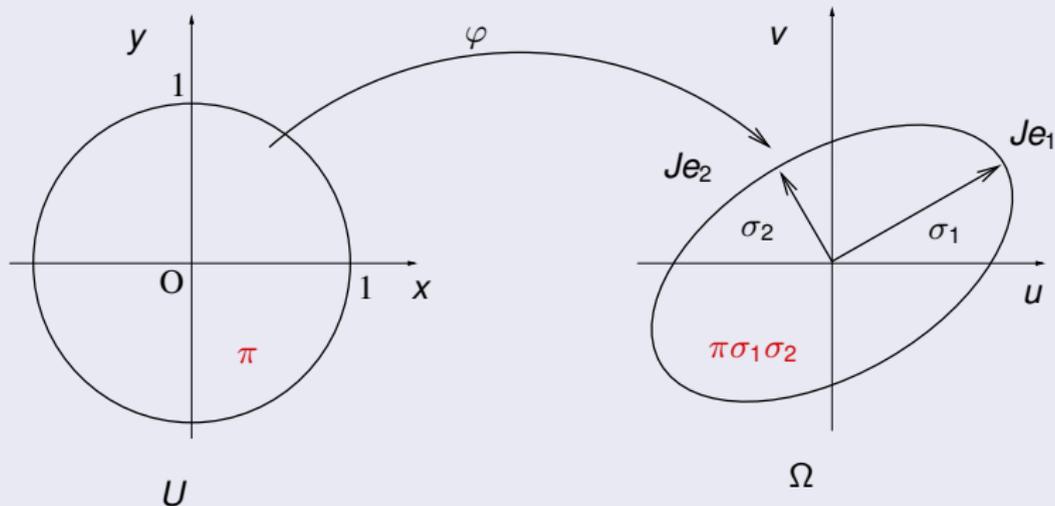
Transformation Authalique

Aire conservée



Transformation Authalique

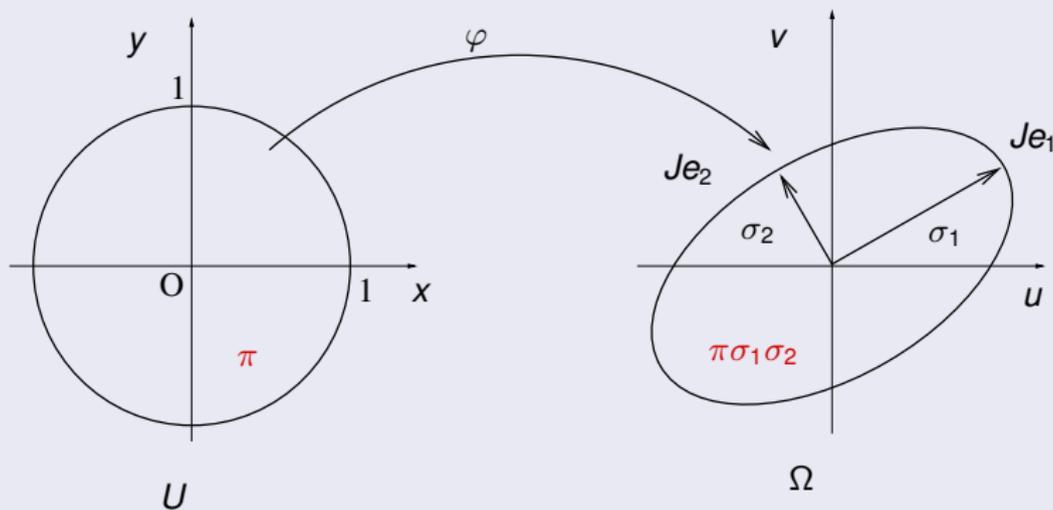
Aire conservée



$$\sigma_1\sigma_2 = 1$$

Transformation Auhalique

Aire conservée



$$\det J = 1$$

Transformation Authalique

Aire conservée

- $\det J = 1$ donne trop de degrés de liberté
- devra être couplé à un autre critère

Transformation Isométrique

longueurs conservées

- angles et aires conservées
- conforme et authalique

Transformation Isométrique

longueurs conservées

- angles et aires conservées
- conforme et authalique

Transformation Isométrique

longueurs conservées

- angles et aires conservées
- conforme et authalique

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \det I = 1$$

Transformation Isométrique

longueurs conservées

- angles et aires conservées
- conforme et authalique

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Transformation Isométrique

longueurs conservées

- angles et aires conservées
- conforme et authalique

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

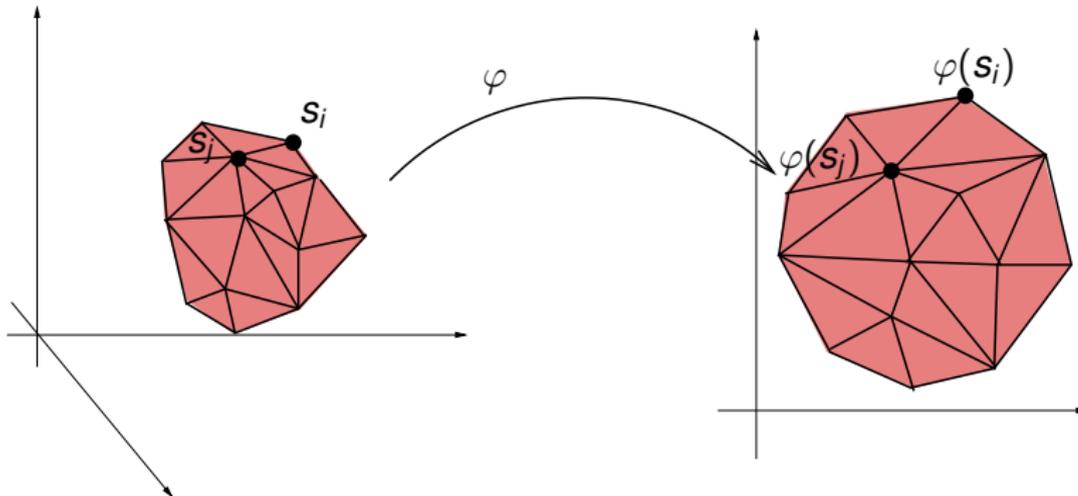
n'est possible que pour les surfaces développables

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique**
 - **Bord fixé : transformation harmonique**
 - **Bord libre : transformation conforme**
 - **Bord libre : transformation aouthalique**
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Pour un maillage

- paramétrisation linéaire par morceaux :
- il faut donc trouver les $\varphi(v_j)$ minimisant la distortion



Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique**
 - Bord fixé : transformation harmonique**
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Principe pour une transformation harmonique

Minimisation de l'énergie de Dirichlet avec condition aux bords

$$\begin{cases} E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad} \varphi\|^2 \\ \varphi|_{\partial U} = \varphi_0 \end{cases}$$

Discrétisation de E_D

$$\tilde{E}_D(\varphi) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} \|\varphi(s_i) - \varphi(s_j)\|^2$$

Principe pour une transformation harmonique

Minimisation de l'énergie de Dirichlet avec condition aux bords

$$\begin{cases} E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad} \varphi\|^2 \\ \varphi|_{\partial U} = \varphi_0 \end{cases}$$

Discrétisation de E_D

$$\tilde{E}_D(\varphi) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} \|\varphi(\mathbf{s}_i) - \varphi(\mathbf{s}_j)\|^2$$

Principe pour une transformation harmonique

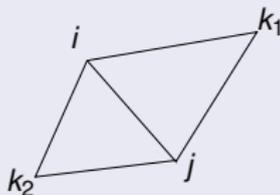
Discrétisation de E_D

$$\tilde{E}_D(\varphi) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} \|\varphi(s_i) - \varphi(s_j)\|^2$$

Méthode type éléments finis [Eck et al. 95]

$\kappa_{i,j}$ sont des constantes d'élasticité :

$$\kappa_{i,j} = (L_{i,k_1}^2 + L_{j,k_1}^2 - L_{i,j}^2) / \text{Aire}(i, j, k_1) + (L_{i,k_2}^2 + L_{j,k_2}^2 - L_{i,j}^2) / \text{Aire}(i, j, k_2)$$



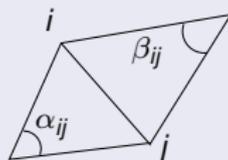
Principe pour une transformation harmonique

Discrétisation de E_D

$$\tilde{E}_D(\varphi) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} \|\varphi(s_i) - \varphi(s_j)\|^2$$

Autre discrétisation [Pinkall et Polthier 93]

$$\kappa_{i,j} = 2(\cotan\alpha_{i,j} + \cotan\beta_{i,j})$$



Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\tilde{E}_D(\varphi) = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} \|\varphi(\mathbf{s}_i) - \varphi(\mathbf{s}_j)\|^2$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\begin{aligned}\tilde{E}_D(\varphi) &= \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} \|\varphi(\mathbf{s}_i) - \varphi(\mathbf{s}_j)\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} (u_i - u_j)^2 + \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} (v_i - v_j)^2\end{aligned}$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\begin{aligned}\tilde{E}_D(\varphi) &= \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} \|\varphi(\mathbf{s}_i) - \varphi(\mathbf{s}_j)\|^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} (u_i - u_j)^2 + \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} (v_i - v_j)^2 \\ &= \tilde{E}_{Du} + \tilde{E}_{Dv}\end{aligned}$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\tilde{E}_{Du} = \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} (u_i^2 - 2u_i u_j + u_j^2)$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{Du} &= \frac{1}{2} \sum_{(i,j) \text{ arête}} \kappa_{i,j} (u_i^2 - 2u_i u_j + u_j^2) \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_i \sum_{j \text{ voisin de } i} \kappa_{i,j} u_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j < i} a_{ij} u_i u_j \right)\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}a_{ij} &= -\kappa_{i,j} && \text{si } i \text{ et } j \text{ voisins} \\ a_{ij} &= 0 && \text{sinon}\end{aligned}$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{Du} &= \frac{1}{2} \left(\sum_i \sum_{j \text{ voisin de } i} \kappa_{i,j} u_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j < i} a_{ij} u_i u_j \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_i a_{ii} u_i^2 + \sum_i \sum_{j < i} (a_{ij} + a_{ji}) u_i u_j \right)\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}a_{ii} &= \sum_{j \text{ voisin de } i} \kappa_{i,j} \\ a_{ij} &= a_{ji} = -\kappa_{i,j} && \text{si } i \text{ et } j \text{ voisins} \\ a_{ij} &= a_{ji} = 0 && \text{sinon}\end{aligned}$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{Du} &= \frac{1}{2} \left(\sum_i \sum_{j \text{ voisin de } i} \kappa_{i,j} u_i^2 + 2 \sum_i \sum_{j < i} a_{ij} u_i u_j \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_i a_{ii} u_i^2 + \sum_i \sum_{j < i} (a_{ij} + a_{ji}) u_i u_j \right) \\ &= \frac{1}{2} (Au, u)\end{aligned}$$

avec

$$a_{ii} = \sum_{j \text{ voisin de } i} \kappa_{i,j}$$

$$a_{ij} = a_{ji} = -\kappa_{i,j}$$

$$a_{ij} = a_{ji} = 0$$

si i et j voisins

sinon

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$\tilde{E}_{Du} = \frac{1}{2}(Au, u)$ minimisé si

$$\frac{d\tilde{E}_{Du}}{du} = Au = 0$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\tilde{E}_{Du} = \frac{1}{2}(Au, u) \text{ minimisé si}$$

$$\frac{d\tilde{E}_{Du}}{du} = Au = 0$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A_{int} & A_{intb} \\ \hline A_{intb}^T & A_b \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline u_{int} \\ \hline u_b \\ \hline \end{array} = 0$$

Minimiser $\tilde{E}_D =$ Résoudre Système Linéaire

$$\tilde{E}_{Du} = \frac{1}{2}(Au, u) \text{ minimisé si}$$

$$\frac{d\tilde{E}_{Du}}{du} = Au = 0$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline A_{int} & A_{intb} \\ \hline A_{intb}^T & A_b \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline u_{int} \\ \hline u_b \\ \hline \end{array} = 0$$

$$A_{int}u_{int} = -A_{intb}u_b = b$$

Combinaison Convexe [Tutte 63, Floater 03]

$$A\varphi(s) = 0$$

avec

$$a_{ij} = \sum_j \text{voisin de } i \kappa_{i,j}$$

$$a_{ij} = a_{ji} = -\kappa_{i,j}$$

$$a_{ij} = a_{ji} = 0$$

si i et j voisins

sinon

Combinaison Convexe [Tutte 63, Floater 03]

$$A\varphi(\mathbf{s}) = 0$$

$$a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_i) + \sum_{j \text{ voisin de } i} a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

Combinaison Convexe [Tutte 63, Floater 03]

$$A\varphi(\mathbf{s}) = 0$$

$$a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_i) + \sum_{j \text{ voisin de } i} a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

$$\varphi(\mathbf{s}_i) = \sum_{j \text{ voisin de } i} \lambda_{ij}\varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

avec

$$\lambda_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}}$$

Combinaison Convexe [Tutte 63, Floater 03]

$$A\varphi(\mathbf{s}) = 0$$

$$a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_i) + \sum_{j \text{ voisin de } i} a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

$$\varphi(\mathbf{s}_i) = \sum_{j \text{ voisin de } i} \lambda_{ij}\varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

avec

$$\lambda_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}} = \frac{\kappa_{i,j}}{\sum_j \text{voisin de } i \kappa_{i,j}}$$

Combinaison Convexe [Tutte 63, Floater 03]

$$A\varphi(\mathbf{s}) = 0$$

$$a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_i) + \sum_{j \text{ voisin de } i} a_{ij}\varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

$$\varphi(\mathbf{s}_i) = \sum_{j \text{ voisin de } i} \lambda_{ij}\varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

avec

$$\lambda_{ij} = -\frac{a_{ij}}{a_{ii}} = \frac{\kappa_{i,j}}{\sum_{j \text{ voisin de } i} \kappa_{i,j}}$$

$$\sum_{j \text{ voisin de } i} \lambda_{i,j} = 1$$

Combinaison Convexe [Tutte 63, Floater 03]

$$\varphi(\mathbf{s}_i) = \sum_{j \text{ voisin de } i} \lambda_{ij} \varphi(\mathbf{s}_j) = 0$$

avec

$$\sum_{j \text{ voisin de } i} \lambda_{i,j} = 1$$

Bijection [Tutte63]

la mise à plat ci-avant est assurée d'être bijective si

- Ω est convexe
- $\lambda_{ij} > 0$ i.e. $\kappa_{ij} > 0$

Combinaison Convexe [Tutte 63, Floater 03]

Bijection [Tutte63]

la mise à plat ci-avant est assurée d'être bijective si

- Ω est convexe
- $\lambda_{ij} > 0$ i.e. $\kappa_{ij} > 0$

Mise à plat barycentrique

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{\text{valence de } s_i}$$

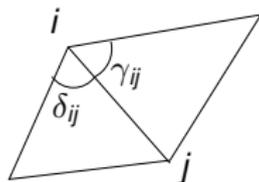
Valeur Moyenne [Floater 03b]

combinaison convexe préservant encore mieux les formes
(reproduisant les maillages plans)

$$\lambda_{ij} = w_{ij} / \sum_{k \text{ voisin de } i} w_{ik}$$

avec

$$w_{i,j} = \frac{\tan(\delta_{i,j}/2) + \tan(\gamma_{i,j}/2)}{\|s_i - s_j\|}$$



Définition du bord

- forme : convexe (disque, carré)
- distribution sur le bord

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique**
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme**
 - Bord libre : transformation aouthalique
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Principe pour une transformation conforme

Première forme fondamentale /

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Minimise l'énergie de Dirichlet sans condition aux bords

$$E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad}\varphi\|^2$$

Energie de Dirichlet [Desbrun et al. 02]

Minimisation de l'énergie de Dirichlet **sans conditions aux bords**

$$E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad}\varphi\|^2$$

Energie de Dirichlet [Desbrun et al. 02]

Minimisation de l'énergie de Dirichlet **sans conditions aux bords**

$$E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad}\varphi\|^2$$

Dérivée de l'énergie E_D discrétisée selon u

$$\frac{d\tilde{E}_{Du}}{du} = Au = 0$$

donc inutilisable

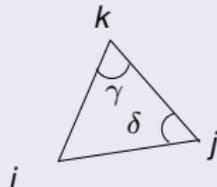
Energie de Dirichlet [Desbrun et al. 02]

Minimisation de l'énergie de Dirichlet **sans conditions aux bords**

$$E_D(\varphi) = \frac{1}{2} \int_U \|\text{grad}\varphi\|^2$$

Dérivée de l'énergie E_D discrétisée selon chaque sommet $\varphi(s_i)$

$$\begin{aligned} \sum_{\Delta_{ijk}} \cotan\delta(\varphi(s_i) - \varphi(s_j)) + \cotan\gamma(\varphi(s_i) - \varphi(s_k)) \\ = \sum_{\Delta_{ijk}} R^{90}(\varphi(s_k) - \varphi(s_j)) \end{aligned}$$



Equations de Cauchy-Riemann [Lévy et al. 02]

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Equations de Cauchy-Riemann [Lévy et al. 02]

Equations de Cauchy-Riemann

$$u_x = v_y \quad \text{et} \quad u_y = -v_x$$

Energie conforme

$$E_C(\varphi) = \frac{1}{2}((u_x - v_y)^2 + (u_y + v_x)^2)$$

équivalence car Aire = $E_D - E_C$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

Energie conforme

$$E_C(\varphi) = \frac{1}{2}((u_x - v_y)^2 + (u_y + v_x)^2) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

Conditionnement du Jacobien

$$K_F(J) = \|J\|_F \|J^{-1}\|_F$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

Conditionnement du Jacobien

$$\begin{aligned} K_F(J) &= \|J\|_F \|J^{-1}\|_F \\ &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \sqrt{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}} \end{aligned}$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

Conditionnement du Jacobien

$$\begin{aligned} K_F(J) &= \|J\|_F \|J^{-1}\|_F \\ &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \sqrt{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}} = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1 \sigma_2} \end{aligned}$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

Conditionnement du Jacobien

$$\begin{aligned} K_F(J) &= \|J\|_F \|J^{-1}\|_F \\ &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \sqrt{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}} = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1 \sigma_2} \\ &= \frac{trI}{detJ} \end{aligned}$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Première forme fondamentale / si conforme

$$I = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

Conditionnement du Jacobien

$$\begin{aligned} K_F(J) &= \|J\|_F \|J^{-1}\|_F \\ &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \sqrt{\frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}} = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{\sigma_1 \sigma_2} \\ &= \frac{\text{tr}I}{\det J} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \end{aligned}$$

Conditionnement du Jacobien [Hormann Greiner 00]

Conditionnement du Jacobien

$$K_F(J) = \frac{\text{tr}J}{\det J} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$$

- A minimiser sur chaque face triangulaire du maillage => énergie totale à minimiser = somme
- utilisable si deux points sont fixés
- problème non linéaire
- aucun triangle retourné

Conservation des angles [Sheffer de Sturler 01]

- inconnues = angles
- énergie = sommes de carrés de différences relatives
- contraintes = pouvoir reconstruire une triangulation valide

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique**
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation aouthalique**
- 4 Surfaces fermées
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Principe

mélanger un terme d'énergie liée à l'aire avec un terme d'énergie liée aux angles par exemple

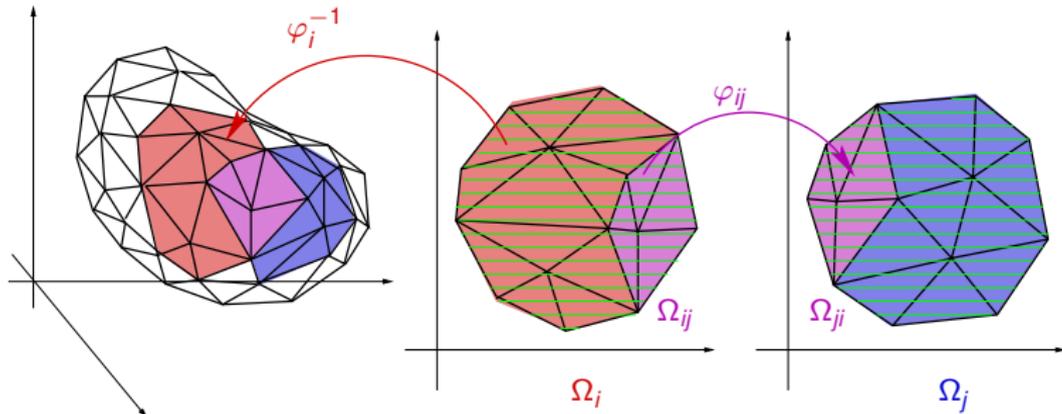
Exemples

- Tenseur de déformation [Maillot et al. 93] : longueur et aires
- Chi énergie [Desbrun et al. 02] : aire pure mais ajoutée à son critère conforme
- Etirement [Sander et al. 01] : dédié aux plaquage de texture

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 **Surfaces fermées**
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

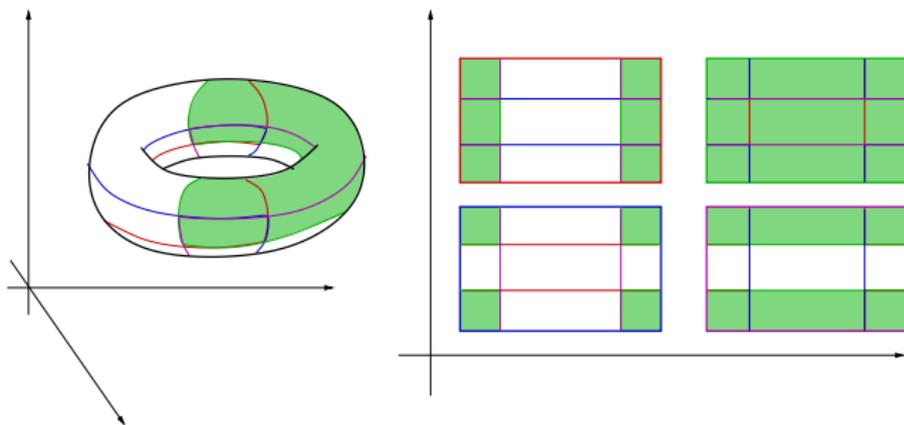
Rappel du contexte général



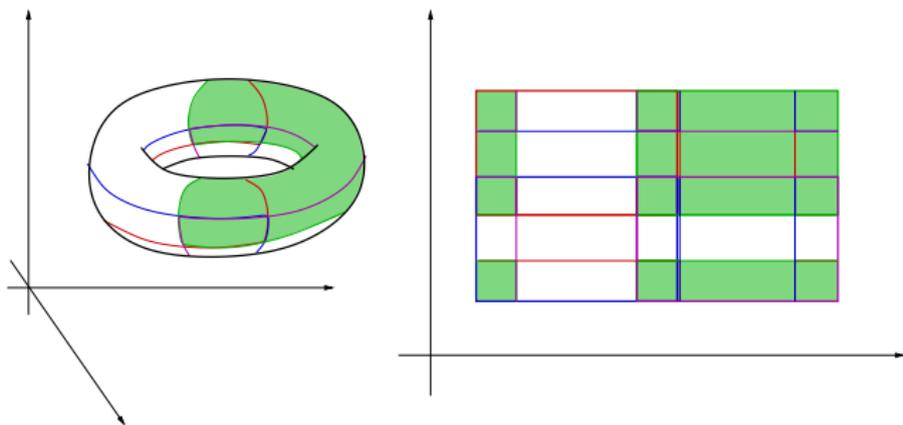
Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 **Surfaces fermées**
 - **Un seul domaine plan**
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Un seul domaine pour une surface fermée



Un seul domaine pour une surface fermée



Introduction
Propriétés d'une paramétrisation
Une carte unique
Surfaces fermées

Un seul domaine plan
Un seul domaine : la sphere
Plusieurs domaines plans
Autres solutions

Geometry Images [Gu et al. 02]



Original (500K faces; genus 1)



Geometry image (257x257)



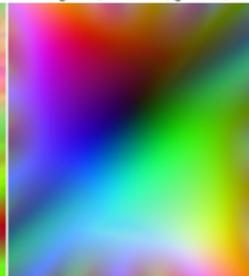
Original (500K faces; genus 6)



Geometry image (257x257)



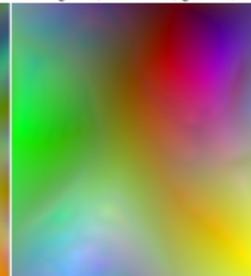
Original (47K faces; genus 3)



Geometry image (129x129)



Original (480K faces; genus 0)



Geometry image (257x257)

Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 **Surfaces fermées**
 - Un seul domaine plan
 - **Un seul domaine : la sphere**
 - Plusieurs domaines plans
 - Autres solutions

Quelques généralisations

- Gotsman et al. 03 : spherical convex combination (bijection non garantie)
- Sheffer et al. 03 : conservation des angles (+ angles)
- Praun et Hoppe 03 : étirement

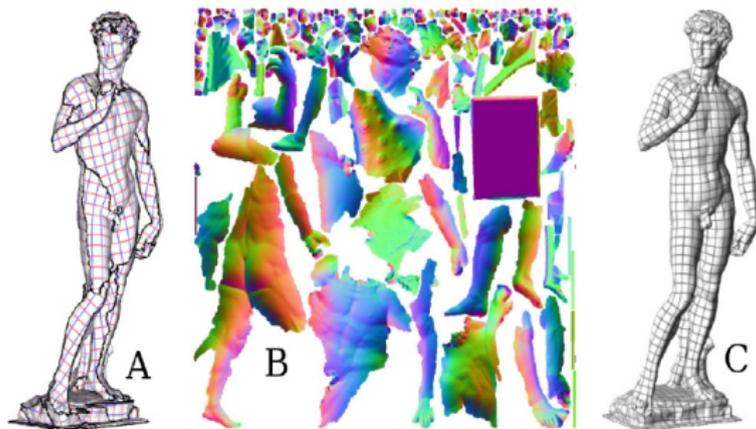
Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 **Surfaces fermées**
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - **Plusieurs domaines plans**
 - Autres solutions

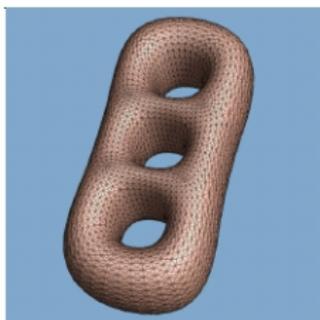
Introduction
Propriétés d'une paramétrisation
Une carte unique
Surfaces fermées

Un seul domaine plan
Plusieurs domaines plans
Autres solutions

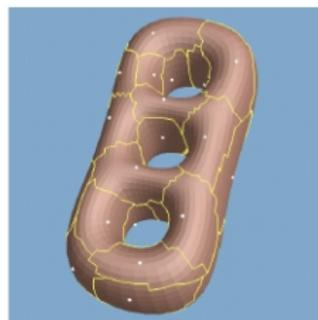
Insuffisance du par morceaux



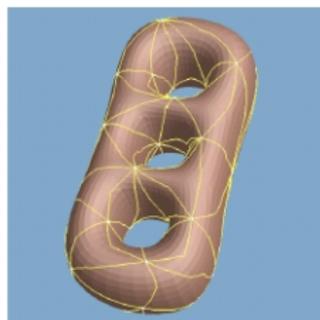
Domaines : maillage grossier [Eck et al. 95]



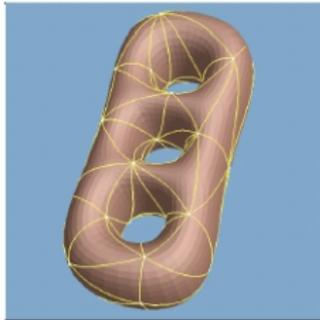
(a) Original mesh \mathcal{M} (11,776 faces)



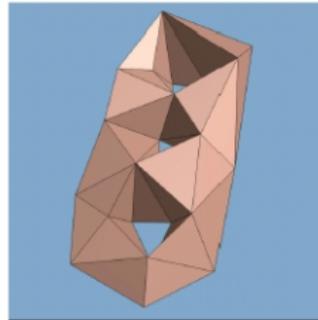
(b) Voronoi diagram (31 tiles)



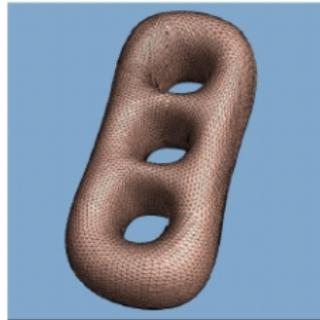
(c) Initial Delaunay triangulation (70 tri.)



(d) Straightened Delaunay triangulation

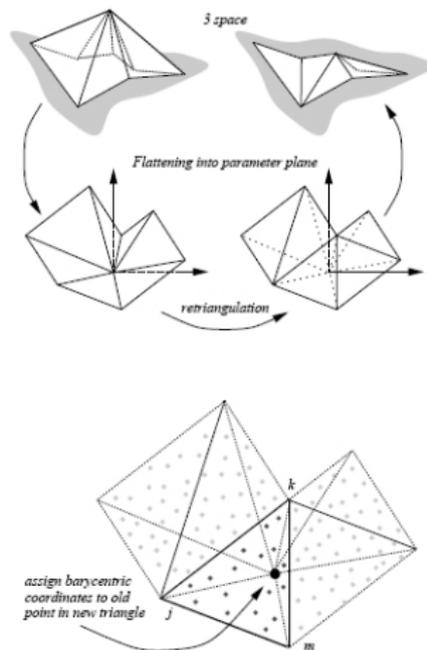
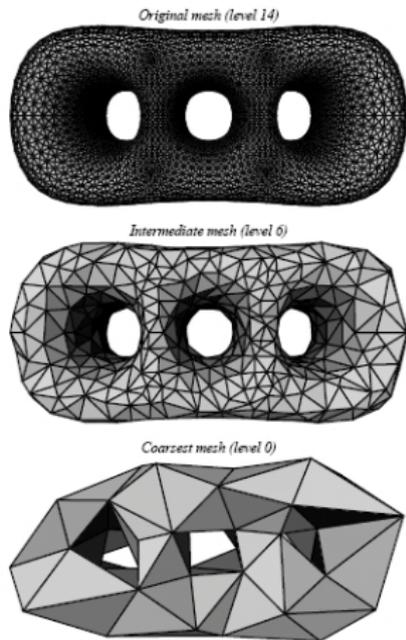


(e) Base mesh (70 faces)

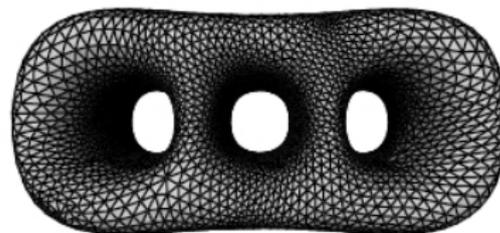
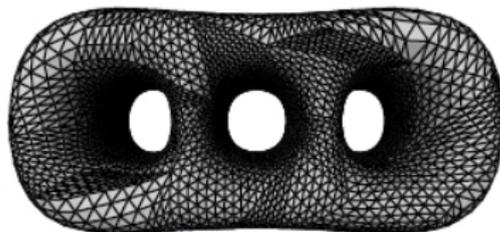
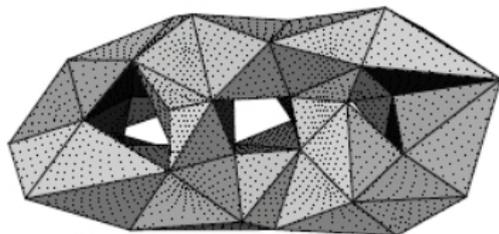


(f) Remesh \mathcal{M}' ($J=4$; 17,920 faces)

Domaines : maillage grossier [MAPS : Lee et al. 98]



Domaines : maillage grossier [MAPS : Lee et al. 98]



Domaines : maillage grossier [Lee et al. 00]

- surface = offset d'une surface de subdivisions
- maillage grossier = obtenu par MAPS
- paramétrer via la surface de subdivisions => régularisation sur des cartes duales inutile



(a) control mesh



(b) smooth
domain surface



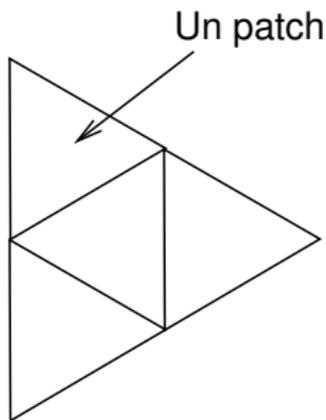
(c) displaced
subdivision surface

Domaines : maillage grossier [Khodakovsky al. 03]

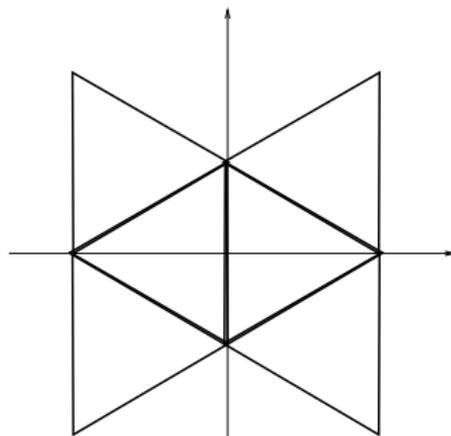
- premiers patchs triangulaires : par MAPS

Domaines : maillage grossier [Khodakovsky al. 03]

- premiers patches triangulaires : par MAPS
- utilisation d'un proto-atlas



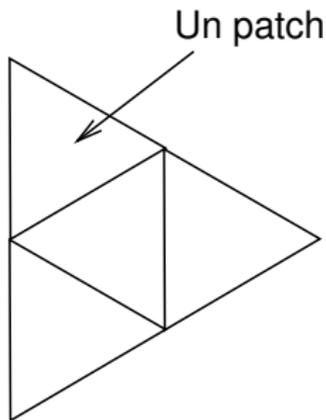
Une carte Ω_i



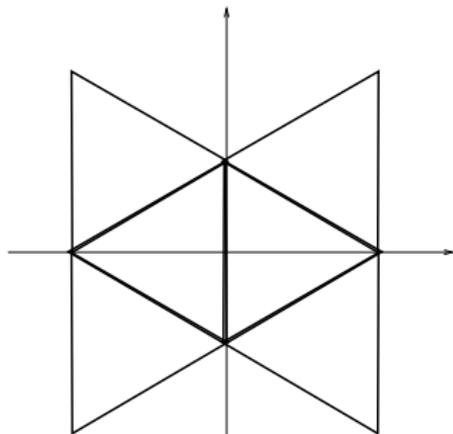
Fonction de transition
 $\varphi_{ij} : (u, v) \mapsto (-u, 1 - v)$

Domaines : maillage grossier [Khodakovsky al. 03]

- premiers patchs triangulaires : par MAPS
- utilisation d'un proto-atlas
- paramétrisation par valeur moyenne [Floater03b] via les φ_{ij}



Une carte Ω_i

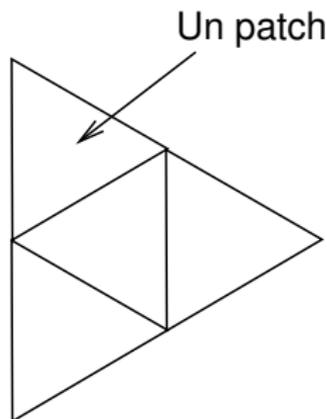


Fonction de transition

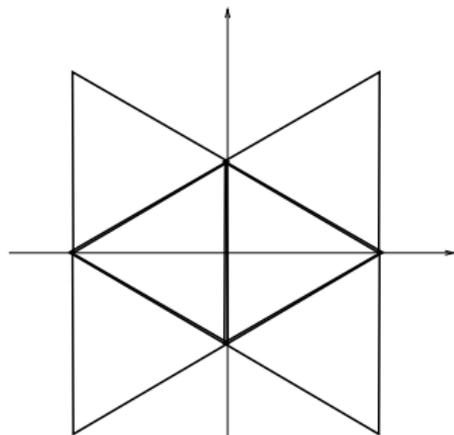
$$\varphi_{ij} : (u, v) \mapsto (-u, 1 - v)$$

Domaines : maillage grossier [Khodakovsky al. 03]

- premiers patchs triangulaires : par MAPS
- utilisation d'un proto-atlas
- paramétrisation par valeur moyenne [Floater03b] via les φ_{ij}
- nécessite une correction par relaxation



Une carte Ω_i



Fonction de transition

Domaines : maillage grossier [Khodakovsky al. 03]

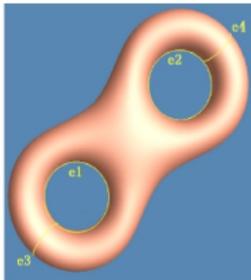
- premiers patches triangulaires : par MAPS
- utilisation d'un proto-atlas
- paramétrisation par valeur moyenne [Floater03b] via les φ_{ij}
- nécessite une correction par relaxation



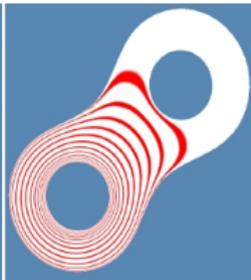
Plan

- 1 Introduction
 - Représentations de surfaces
 - Paramétrisation de surfaces
- 2 Propriétés d'une paramétrisation
 - Proto-atlas et mise-à-plat
 - Analyse de la distortion
- 3 Une carte unique
 - Bord fixé : transformation harmonique
 - Bord libre : transformation conforme
 - Bord libre : transformation authalique
- 4 **Surfaces fermées**
 - Un seul domaine plan
 - Un seul domaine : la sphere
 - Plusieurs domaines plans
 - **Autres solutions**

Méthode basée sur la co-homologie [Gu et Yau 03]



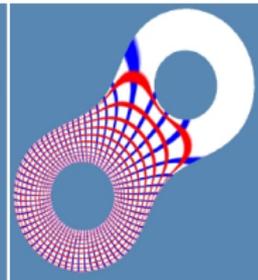
(a) Homology basis



(b) Gradient field ω
dual to e_1 .



(c) Gradient field $^*\omega$
orthogonal to (b)

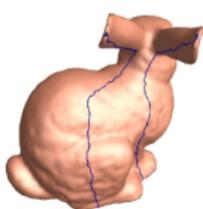


(d) A conformal gradient field
 $\omega + \sqrt{-1}^*\omega$

Méthode basée sur la co-homologie [Gu et Yau 03]



(a) Punched surface and double covering.



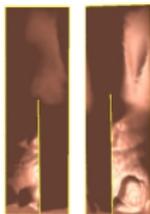
(b) A homology basis



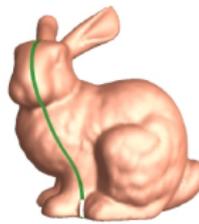
(c) A conformal gradient base. (d) A conformal gradient base



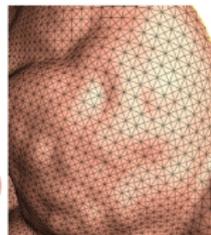
(e) A special conformal gradient field with high uniformity



(f) Global conformal atlas



(g) Conformal geometry image



(h) Regular connectivity.

Articles cités (1/6)

-  M. Desbrun, M. Meyer, P. Alliez.
Intrinsic Parameterizations of Surface Meshes.
Computer Graphic Forum, 21(3) :209-218, 2002.
-  M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery,
W. Stuezle.
Multiresolution Analysis of Arbitrary Meshes.
In Proc. of ACM SIGGRAPH 95, pp 173-182, 1995.
-  M.S. Floater.
One-to-one piecewise linear mappings over triangulations.
Mathematics of Computation, 72(242) :685-696, 2003.
-  M.S. Floater.
Mean Value Coordinates.
Computer Aided geometric Design, 20(1) :19-27, 2003.

Articles cités (2/6)

-  C. Gotsamn, X. Gu, A. Sheffer.
Fundamentals of Spherical Parameterization for 3D Meshes.
In Proc. of ACM SIGGRAPH 03, pp 358-363, 2003.
-  X. Gu, S. Gortler, H. Hoppe.
Geometry Images.
In Proc. of ACM SIGGRAPH 02, pp 355-361, 2002.
-  X. Gu, S.-T. Yau.
Globally Conformal Surface Parameterization.
In Proc. of 1st SGP, pp 127-137, 2003.

Articles cités (3/6)

-  K. Hormann, G. Greiner.
MIPS : An Efficient Global Parameterization Method.
In *Curve and Surface Design : Saint-Malo 1999*,
Vanderbilt University Press, pp 153-162, 2000.
-  A. Khodakovsky, N. Litke, P. Schröder.
Globally Smooth Parameterizations with low Distortion.
In *Proc. of ACM SIGGRAPH 03*, pp 350-357, 2003.
-  A.W.F. Lee, W. Sweldens, P. Schröder, L. Cowsar,
D. Dobkin.
MAPS : Multiresolution Adaptive Parameterization of
Surfaces.
In *Proc. of ACM SIGGRAPH 98*, pp 95-104, 1998.

Articles cités (4/6)

-  A.W.F. Lee, H. Moreton, H. Hoppe.
Displaced Subdivision Surfaces.
In Proc. of ACM SIGGRAPH 00, pp 85-94, 2000.
-  B. Lévy, S. Petitjean, N. Ray, J. Maillot.
Least Squares Conformal Maps for Automatic Texture Atlas Generation.
In Proc. of ACM SIGGRAPH 02, pp 362-371, 2002.
-  U. Pinkall, K. Polthier.
Computing Discrete Minimal Surfaces and their Conjugates.
Experimental Mathematics, 2(1) :15-36, 1993.

Articles cités (5/6)

-  E. Praun, H. Hoppe.
Spherical Parameterization and Remeshing.
In Proc. of ACM SIGGRAPH 03, pp 340-349, 2003.
-  A. Sheffer, E. de Sturler.
Parameterization of Faceted Surfaces for Meshins using Angle Based Flattening.
Engineering with Computers, 17(3) :326-337, 2001.
-  A. Sheffer, C. Gotsman, N. Dyn.
Robust Spherical Parameterization of Triangular Meshes.
In Proc. of 4th Israel-Korea Bi-Nat. Conf. on Geom. Model. and Comp. Graph., pp 94-99, 2003.

Articles cités (6/6)



W.T. Tutte.

How to draw a graph.

In Proc. London Math. Soc., 13 :743-768, 1963.