

Modélisation d'un échangeur de chaleur pour les détecteurs du LHC

Mustapha Amine Rahmani^{*,***} Emmanuel Witrant^{*}
Paolo Petagna^{**}

^{*} *UJF-Grenoble1/CNRS, Grenoble Image Parole Signal Automatique
(GIPSA-lab), UMR 5216, B.P. 46, F-38402 St Martin d'Hères, France*

^{**} *CERN, Département PH, Genève*

^{***} *Corresponding author : mustapha_rahmani@hotmail.fr*

Résumé : Cet article traite de la modélisation et de la simulation de l'échangeur de chaleur interne d'un système de refroidissement 2kW à base de CO₂ pour le perfectionnement des futurs systèmes de refroidissement des détecteurs du grand collisionneur de hadron (*LHC, pour Large Hadrons Collider*). Un modèle mathématique de l'échangeur de chaleur issu des lois de conservation de l'énergie est proposé. La précision du modèle est évaluée par comparaison avec les mesures expérimentales réalisées par l'Organisation européenne pour la recherche nucléaire (CERN). Les difficultés d'identification paramétriques de ce modèle sont illustrées avec l'utilisation d'un filtre de Kalman Étendu.

Mots clés : Modèle distribué, Echangeur de Chaleur, Filtre de Kalman, LHC.

1. INTRODUCTION

Le Grand Collisionneur d'Hadrons (LHC) est un collisionneur de particules circulaire de 27 km de circonférence qui accélère deux faisceaux de protons circulant à contre sens, à 100 m de profondeur sous la frontière franco-suisse dans le laboratoire du CERN. Pour détecter et analyser le produit des collisions entre protons, de grandes expériences ont été construites le long de l'anneau du LHC. Les éléments centraux de détection de ces expériences sont les Traceurs. Ces détecteurs, basés sur des milliers d'éléments de révélation en silicium, dégagent d'importantes quantités de chaleur, qu'il est nécessaire d'évacuer. Un axe très important de développement pour la prochaine génération de Traceurs est l'optimisation des systèmes de contrôle thermique et l'étude de nouvelles méthodes de refroidissement.

Le système de refroidissement doit avoir une bonne capacité de transfert thermique pour le réfrigérant ainsi qu'une masse réduite pour satisfaire les contraintes spatiales à l'intérieur du détecteur. La communauté HEP (High Energy Physics) montre un intérêt croissant pour l'utilisation du CO₂ comme réfrigérant et cette méthode est considérée au CERN comme candidate pour la phase de perfectionnement des détecteurs du LHC.

L'utilisation du CO₂ à l'état diphasique dans les évaporateurs présente de nombreux avantages (Verlaet et al. (2008)). L'un d'eux est la nécessité d'un débit massique réduit pour évacuer la chaleur des détecteurs. Cette opération est effectuée d'une manière isotherme étant donné l'état diphasique du CO₂ dans les évaporateurs. Un autre avantage est que le CO₂ s'évapore à plus haute pression en comparaison des réfrigérants traditionnels du type fluorocarbones (principalement le C₂F₆ et le C₃F₈). Ceci permet

une réduction des diamètres de tube et réduit considérablement la masse des évaporateurs à l'intérieur des détecteurs.

L'un des éléments essentiels des systèmes de refroidissement est l'échangeur de chaleur. Certains modèles d'échangeurs ont été développés dans la littérature (e.g voir Bradu (2010); Srihari et al. (2005)). Cependant, ces modèles dépendent de la géométrie et du type d'échangeur de chaleur utilisé ainsi que de l'état du fluide (gazeux, liquide ou diphasique). Ils utilisent pour la plupart des corrélations expérimentales pour déterminer hors-ligne les coefficients de transfert thermique ainsi que les chutes de pression. Ces corrélations sont déterminées expérimentalement grâce à des essais dynamiques sur l'échangeur. Une analyse dimensionnelle est effectuée où chaque coefficient est optimisé de manière à minimiser une déviation standard moyenne (voir par exemple Hayes et al. (2011)). Cette méthode d'identification est très répandue chez les thermodynamiciens dans plusieurs autres applications.

Dans cet article, nous donnons le modèle mathématique une dimension (1D) de l'échangeur de chaleur interne du système de refroidissement 2kW à base de CO₂ disponible au CERN. Nous simulons cet échangeur de chaleur en utilisant les corrélations expérimentales adaptées trouvées dans la littérature et validons le modèle grâce aux essais expérimentaux effectués sur le banc d'essai. Les performances et limitations d'une méthode d'estimation paramétrique basée sur un filtre de Kalman Étendu sont également étudiées.

2. PRESENTATION DU SYSTEME DE REFROIDISSEMENT 2KW A BASE DE CO₂

Le système de refroidissement 2KW étudié ici (Figure 1) est un banc d'essai à base de CO₂ pour le perfectionnement

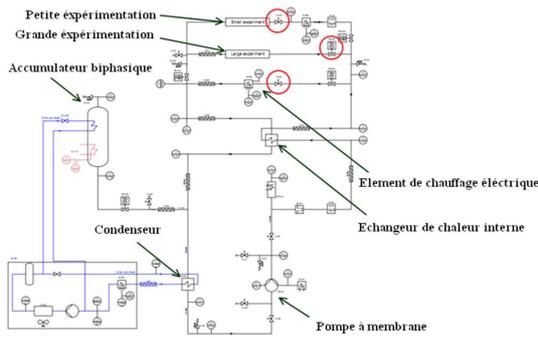


FIGURE 1. Schéma Hydraulique du système de refroidissement 2kW à base de CO₂.

des détecteurs du LHC. Ses principaux éléments sont décrits ci-dessous (Zwalinski (2011)).

Un refroidisseur externe fournit la puissance de refroidissement au condenseur et à l'accumulateur. En effet, une partie de la puissance de refroidissement (transportée par le réfrigérant) est utilisée pour sous-refroidir la sortie du condenseur en dessous de -25°C assurant ainsi la présence de liquide sous-refroidi à l'entrée de la pompe (afin d'éviter les phénomènes de cavitation). L'autre partie de la puissance de refroidissement est utilisée pour refroidir le fluide à l'intérieur de l'accumulateur afin d'imposer la pression d'évaporation à l'intérieur de l'évaporateur. Un accumulateur contenant du CO₂ à l'état diphasique ainsi que deux éléments de chauffage et de refroidissement servent à contrôler la température et la pression d'évaporation. Le système contient également une pompe à membrane permettant la circulation du CO₂ liquide. Un condenseur, un échangeur de chaleur interne, un refroidisseur externe (commercial) et un élément de chauffage assurant la qualité de vapeur désirée à l'entrée de l'évaporateur sont également présents.

Le processus est contrôlé par un automate programmable Siemens et supervisé par un système SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition).

3. MODELISATION DE L'ÉCHANGEUR DE CHALEUR

L'échangeur de chaleur interne utilisé dans le processus est un échangeur à plaques couramment appelé BPHE (Brazed Plate Heat Exchanger) illustré en Figure 2. Les plaques forment un motif en chevron et les deux fluides (chaud et froid) circulent en contre sens afin de maximiser le transfert de chaleur. Chaque fluide entre dans l'échangeur dans un port et se propage à travers des canaux (espace entre deux plaques) comme présenté en Figure 2. Il existe dans la littérature plusieurs modèles numériques très complets d'échangeur de chaleur (tel que dans (Averous et al., 1995)), cependant ces modèles sont très complexes et leur intégration dans un modèle global du système demande des ressources de calculs considérables. Nous nous sommes inspiré des travaux de (Bradou, 2010) où un modèle est établi pour un échangeur à plaques et ailettes utilisant de l'hélium. Le modèle macroscopique de notre échangeur de chaleur inclut les éléments suivants :

- le système est composé de N plaques (impair, 19 dans notre cas) ;

TABLE 1. Définitions des principales variables et constantes

Symbole	Description	Unité
M	Masse	kg
A_c	Aire transversale	m ²
D	Diamètre	m
L	Longueur	m
e	Épaisseur des plaques	m
b	Espace entre les plaques	m
S	Aire	m ²
V	Volume	m ³
C_p	Capacité thermique	J.kg ⁻¹ .K ⁻¹
k	Conductivité thermique	W.m ⁻¹ .K ⁻¹
g	Accélération de la gravité	m.s ⁻²
\dot{m}	Débit massique	kg.s ⁻¹
h	Coefficient de transfert thermique	W.m ⁻² .K ⁻¹
H	Enthalpie	J.kg ⁻¹
H_h	Enthalpie du fluide chaud	J.kg ⁻¹
H_c	Enthalpie du fluide froid	J.kg ⁻¹
U	Conductance thermique	W.m ⁻² .K ⁻¹
T	Température	K
T_h	Température du fluide chaud	K
T_c	Température du fluide froid	K
T_s	Température de saturation	K
P	Pression	bar
P_h	Pression du fluide chaud	bar
P_c	Pression du fluide froid	bar
\dot{Q}, \dot{q}	Puissance thermiques	W
ρ	Densité	kg.m ⁻³
k_w	conductivité thermique des plaques	W.m ⁻¹ .K ⁻¹



FIGURE 2. Illustration du fonctionnement du BPHE (<http://www.e-comfortusa.com>).

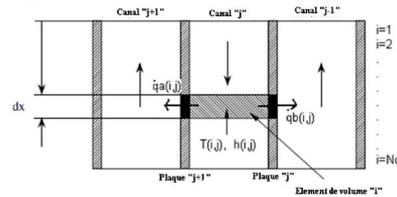


FIGURE 3. Schéma des canaux du BPHE.

- les canaux impairs sont réservés au fluide froid, qui circule du bas vers le haut ;
- les canaux pairs sont réservés au fluide chaud, qui circule du haut vers le bas ;
- nous supposons une distribution uniforme du flux dans les canaux ;
- chaque canal est discrétisé en N_d éléments.

Les équations décrivant cet échangeur sont issues des lois de conservation de l'énergie pour chaque élément de volume (Figure 3). Les notations et unités des principales variables physiques utilisées sont résumées dans la Table 1.

3.1 Équations pour le fluide chaud (canaux paires)

Soient $j = 2, 4, 6, \dots, N - 1$ l'indice correspondant aux canaux et $i = 1, 2, 3, \dots, N_d$ les cellules de discrétisation. Les lois de conservation appliquées à notre système impliquent :

$$\begin{aligned}\dot{Q}(i, j) &= \dot{m}(j) \cdot [H(i - 1, j) - H(i, j)] - \dot{q}_a(i, j) - \dot{q}_b(i, j) \\ \dot{q}_a(i, j) &= \left(\frac{1}{hS(i, j)} + \frac{1}{e \cdot k_w} + \frac{1}{hS(i, j + 1)} \right)^{-1} \\ &\quad \times [T(i, j) - T(i, j + 1)] \\ \dot{q}_b(i, j) &= \left(\frac{1}{hS(i, j)} + \frac{1}{e \cdot k_w} + \frac{1}{hS(i, j - 1)} \right)^{-1} \\ &\quad \times [T(i, j) - T(i, j - 1)] \\ \dot{Q}(i, j) &= V_i \cdot \rho(i, j) \cdot \frac{dH(i, j)}{dt} \\ T(i, j) &= FluidProp(P_{h_{in}}, H(i, j)) \\ \rho(i, j) &= FluidProp(P_{h_{in}}, H(i, j))\end{aligned}\quad (1)$$

avec les conditions aux limites :

$$\begin{aligned}H(0, j) &= H_{h_{in}} \\ T(1, j) &= T_{h_{in}} \\ T_{h_{out}} &= \frac{1}{(N - 1)/2} \sum_{j=2}^{N-1} T[N_d, j]\end{aligned}\quad (2)$$

Dans les équations précédentes, $\dot{Q}(i, j)$ représente la puissance thermique de l'élément de volume (élément i du canal j), $H(i, j)$ son enthalpie, $T(i, j)$ sa température, $\rho(i, j)$ sa densité et V_i son volume. $\dot{q}_a(i, j)$ et $\dot{q}_b(i, j)$ rendent compte des puissances thermiques échangées entre deux éléments de volume juxtaposés et sont le produit des différences de températures entre les deux éléments de volume par la conductance thermiques totale entre ces deux éléments. $\dot{m}(j)$ est le débit massique dans le canal j , e et k_w sont respectivement l'épaisseur et la conductivité thermique des plaques. La pression du fluide est notée P . L'indice *in* fait référence à l'entrée (input) et l'indice *h* fait référence au fluide chaud (hot).

La fonction *FluidProp* fait référence à une fonction d'interpolation disponible dans la librairie *FLUID PROP* d'Ecosim Pro[®]. Cette fonction a comme arguments deux variables thermodynamiques (pression et enthalpie par exemple) et calcule par interpolation les autres propriétés thermodynamiques du fluide à l'aide de tables thermodynamiques externes fournies par le National Institute of Standards and Technology (NIST). La grandeur que l'on désire obtenir doit aussi être spécifiée comme argument ce qui n'est pas représenté dans les équations précédentes vu que le terme de gauche de l'équation indique explicitement la grandeur désirée.

Les conditions aux limites (2) indiquent que l'on a initialisé tout les premiers éléments de volumes de chacun des canaux par la même valeur de température et d'enthalpie qui sont celles du fluide à l'entrée de l'échangeur de chaleur. La température $T_{h_{out}}$ est calculée en moyennant les températures des derniers éléments de volumes pour chacun des canaux car le fluide à la sortie de l'échangeur

est le mélange des fluides de sortie de chaque canal (canaux correspondant au fluide chaud).

3.2 Équations pour le fluide froid (canaux impaires)

Pour les canaux impaires contenant le fluide froid $j = 1, 3, 5, \dots, N$, $i = 1, 2, 3, \dots, N_d$, et les lois de conservation impliquent :

$$\begin{aligned}\dot{Q}(i, j) &= \dot{m}(j) \cdot [H(i + 1, j) - H(i, j)] - \dot{q}_a(i, j) - \dot{q}_b(i, j) \\ \dot{Q}(i, j) &= V_i \cdot \rho(i, j) \cdot \frac{dH(i, j)}{dt} \\ T(i, j) &= FluidProp(P_{c_{in}}, H(i, j)) \\ \rho(i, j) &= FluidProp(P_{c_{in}}, H(i, j))\end{aligned}\quad (3)$$

avec les conditions aux limites (j impair) :

$$\begin{aligned}H(N_d + 1, j) &= H_{c_{in}} \\ T(N_d, j) &= T_{c_{in}}\end{aligned}\quad (4)$$

$$T_{c_{out}} = \frac{1}{(N + 1)/2} \sum_{j=1}^N T[1, j]$$

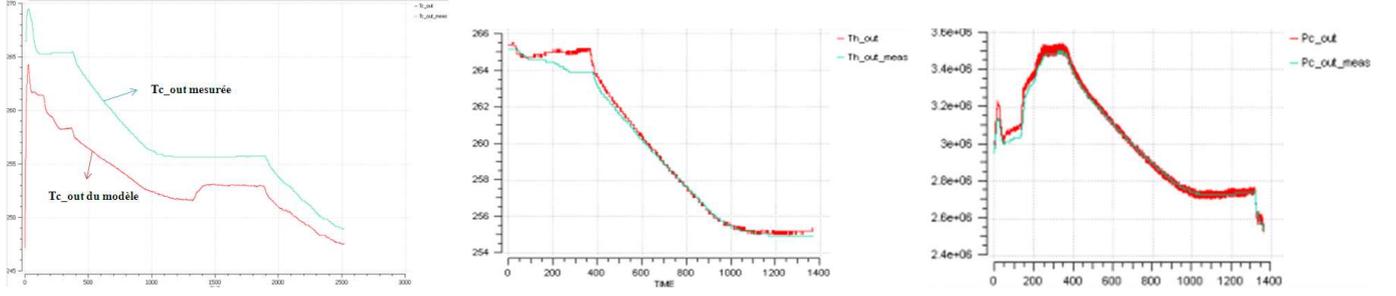
L'indice *c* fait ici référence au fluide froid (cold).

L'un des paramètres importants utilisé dans le modèle est le coefficient de transfert thermique h ($W/m^2.K$). Ce paramètre dépend du flux massique, de l'état thermodynamique du fluide, du type de surface entre les plaques et dans notre cas de la géométrie des plaques. Généralement ce paramètre est calculé grâce à des corrélations empiriques. D'autres corrélations sont aussi utilisées pour calculer la chute de pression due à la friction à travers les canaux. Dans le cas de l'échangeur à plaques considéré ici, ces différentes corrélations sont données par Garcia-Cascales et al. (2007); Han et al. (2003); Longo and Gasparella (2007).

3.3 Validation du modèle

Pour simuler le comportement de l'échangeur de chaleur et valider le modèle, nous imposons la pression, la température et le débit massique à l'entrée de chaque canal comme conditions aux limites issues de données expérimentales. Ainsi, nous obtenons comme sortie du modèle la pression et la température pour les fluides chaud et froid. Par la suite, nous comparons les sorties du modèle avec les données expérimentales (Figures 4a, 4b, 4c). La chute de pression dans les canaux où circule le fluide chaud est très petite en comparaison de celle du fluide froid. Nous ne calculons donc que la chute de pression pour le fluide froid, la pression de sortie pour le fluide chaud étant considérée égale à celle de l'entrée pour chaque canal (de fluide chaud).

Nous pouvons voir sur les Figures 4b et 4c que le modèle prédit très bien la température de sortie du fluide chaud et la pression de sortie du fluide froid. Par contre, la Figure 4a montre que pour le fluide froid il y a un écart entre la température de sortie prédite par le modèle et la température de sortie réelle. Ceci est essentiellement dû à l'initialisation du processus de simulation combinée avec la nonlinéarité du modèle. Différentes stratégies d'initialisation (selon la température d'entrée réelle ou un profil



(a) Comparaison entre la température de sortie du fluide froid ($T_{c,out}$) modélisée et celle mesurée.

(b) Comparaison entre la température de sortie du fluide chaud ($T_{h,out}$) modélisée et celle mesurée.

(c) Comparaison entre la pression de sortie du fluide froid ($P_{c,out}$) modélisée et celle mesurée.

FIGURE 4. Comparaison entre les variables de sortie du modèle et les données expérimentales.

d'équilibre du système distribué) ne nous ont pas permis d'améliorer ce résultat. Ceci peu être dû au fait que la différence de température entre l'entrée et la sortie ne correspond pas à un équilibre.

4. ESTIMATION AVEC UN FILTRE DE KALMAN ÉTENDU

Il est en général très difficile de trouver les corrélations exactes pour le coefficient de transfert thermique. Un contrôleur basé sur le modèle nécessite une simplification du modèle de référence. La complexité du modèle de l'échangeur est réduite en ne considérant qu'un nombre réduit de canaux virtuels dont la dynamique (de pression, température...) rend compte de la dynamique moyennée sur le volume des canaux réels.

4.1 Dynamique distribuée et représentation d'état

On considère le cas de l'échangeur de chaleur interne de la figure 1. Le fluide refroidisseur (fluide froid) est à l'état monophasique dont sa température à la sortie de l'échangeur (côté froid) est supérieure à sa température d'entrée. Le fluide chaud absorbe de la chaleur à l'intérieur de l'évaporateur (chaleur issue par exemple des détecteurs à Silicium) à l'état diphasique (mélange de liquide et de vapeur) et la restitue (en diphasique) au fluide froid dans l'échangeur de chaleur interne. À l'état diphasique, le fluide chaud est donc à température constante égale à la température de saturation du fluide (car le changement d'état se fait à température constante), l'échangeur de chaleur peut être décrit au moyen de l'équation aux dérivées partielles (EDP) suivante pour le fluide froid :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_j}{\partial t} &= (-1)^{j-1} \cdot \frac{\dot{m}_j}{\rho_j \cdot A_c} \cdot \frac{\partial T_j}{\partial x} + \left[\frac{U_{j,j-1}}{\rho_j \cdot C p_j \cdot b} \right] \cdot (T_{j-1} - T_j) \\ &\quad + \left[\frac{U_{j,j+1}}{\rho_j \cdot C p_j \cdot b} \right] \cdot (T_{j+1} - T_j) \\ \frac{1}{U_{j,x}} &= \frac{1}{h_x} + \frac{e}{k} + \frac{1}{h_j} \quad x \in [j-1, j+1] \\ j &= 1, 3, \dots, 2 \cdot [(N+1)/2] - 1 \end{aligned} \quad (5)$$

On retrouve ainsi le résultat obtenu dans (Naratarukha et al., 2008) pour le cas du fluide froid. Cette équation peut être réécrite en considérant une température de fluide

chaud constante (état diphasique) égale à T_s (température de saturation) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_j}{\partial t} &= C_j \cdot \frac{\partial T_j}{\partial x} + R_j \cdot T_j + S_j \cdot T_s \\ R_j &= - \left[\frac{U_{j,j-1} + U_{j,j+1}}{\rho_j \cdot C p_j \cdot b} \right] \\ S_j &= -R_j \\ j &= 1, 3, \dots, 2 \cdot [(N+1)/2] - 1 \end{aligned} \quad (6)$$

Nous pouvons ainsi considérer un échangeur de chaleur équivalent ayant un nombre réduit de canaux virtuels : un canal pour le fluide chaud et deux canaux pour le fluide froid. La différence entre les deux échangeurs (équivalent et original) est exprimée par les coefficients de l'EDP de l'échangeur. Ainsi, l'échangeur équivalent est décrit par l'EDP suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= C(t) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + R(t) \cdot T + S(t) \cdot T_s \\ C(t) &= \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_c} \\ S(t) &= -R(t) \end{aligned} \quad (7)$$

En utilisant le schéma de discrétisation de Lax-Wendroff (système discrétisé numériquement stable et bonne représentation des phénomènes convectifs), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{T_i^{k+1} - T_i^k}{\Delta t} &= C^k \cdot \frac{(T_{i+1}^k - T_{i-1}^k)}{2 \cdot \Delta x} + (C^k)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \\ &\quad \times (T_{i+1}^k - 2 \cdot T_i^k + T_{i-1}^k) + R^k \cdot T_i^k + S^k \cdot T_s \end{aligned} \quad (8)$$

où i est l'indice spatial, k l'indice temporel. Δx et Δt sont respectivement les pas de discrétisation spatiale et temporelle.

Le système complet s'écrit :

$$\begin{aligned} T_1^{k+1} &= \alpha(k) \cdot T_1^k + \beta(k) \cdot T_2^k + \gamma(k) \cdot T_{in}^k + S^k \cdot T_s \\ T_2^{k+1} &= \gamma(k) \cdot T_1^k + \alpha(k) \cdot T_2^k + \beta(k) \cdot T_3^k + S^k \cdot T_s \\ T_3^{k+1} &= \gamma(k) \cdot T_2^k + \alpha(k) \cdot T_3^k + \gamma(k) \cdot T_4^k + S^k \cdot T_s \\ &\vdots \\ T_N^{k+1} &= \gamma(k) \cdot T_{N-1}^k + \sigma(k) \cdot T_N^k + S^k \cdot T_s \end{aligned} \quad (9)$$

$$T_{out}^k = T_N^k$$

avec :

$$\begin{aligned} \alpha(k) &= 1 + R^k - 2 \cdot (C^k)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \\ \beta(k) &= \frac{\Delta t \cdot C^k}{2 \cdot \Delta x} + (C^k)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \\ \gamma(k) &= \frac{-\Delta t \cdot C^k}{2 \cdot \Delta x} + (C^k)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \\ \sigma(k) &= 1 + R^k - (C^k)^2 \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\Delta t \cdot C^k}{2 \cdot \Delta x} \end{aligned} \quad (10)$$

Le paramètre $C(t)$ est considéré comme connu car le flux massique et la densité peuvent être mesurés. Par contre, $R(t)$ est le paramètre inconnu car il dépend entre autres du coefficient de transfert thermique. En vue d'estimer l'état (T_1, T_2, \dots, T_N) et le paramètre $R(t)$, le filtre de Kalman Étendu (FKE) est utilisé.

4.2 Filtre de Kalman étendu

Un FKE est un observateur d'état qui permet d'estimer le vecteur d'état $x(t)$ ainsi que le vecteur des paramètres inconnus $x_a(t)$. Pour cela, un vecteur d'état étendu $x_e(t)$ est construit. En étendant les équations d'état avec les paramètres, nous obtenons le système d'équations non linéaires suivant (Dinh et al. (2009)) :

$$\begin{cases} x_{k+1} = f(x_k, x_{ak}, v_k) + \omega_k \\ x_{a,k+1} = f_a(x_k, x_{ak}, v_k) + \omega_{ak} \\ y_k = g(x_k, x_{ak}, v_k) + v_k \end{cases} \quad (11)$$

où $E[v \cdot v^T] = S$ et $E[\omega_e \cdot \omega_e^T] = Q$.

Les équations d'état étendu sont :

$$\begin{cases} x_{e,k+1} = f_e(x_{e,k}, v_k) + \omega_{ek} \\ y_k = g(x_{e,k}, v_k) + v_k \end{cases} \quad (12)$$

avec $x_e = [x^T \ x_a^T]^T$, $f_e = [f^T \ f_a^T]^T$, $\omega_e = [\omega^T \ \omega_a^T]^T$, ω_e et v représentant les bruits de l'état et de mesure.

L'algorithme utilisé pour estimer l'état et les paramètres est le suivant (Dinh et al. (2009)) :

- (1) le vecteur d'état et l'erreur prédite en sortie sont estimés par :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1||k} = f(x_{k||k}, x_{a,k||k}, v_k) \\ \hat{x}_{a,k+1||k} = f_a(x_{k||k}, x_{a,k||k}, v_k) \\ \hat{y}_{k+1||k} = g(x_{k+1||k}, x_{a,k||k}, v_k) \\ \hat{y}_{k+1||k} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1||k} \end{cases} \quad (13)$$

- (2) les matrices Jacobiennes pour l'état F_k et la sortie G_k sont calculées à chaque itération avec :

$$F_k = \frac{\partial f_e}{\partial x_e} \quad G_k = \frac{\partial g}{\partial x_e} \quad (14)$$

- (3) les matrices de covariance sont actualisées :

$$\begin{aligned} P_{x,k+1||k} &= F_k \cdot P_{x,k||k} \cdot F_k^T + Q \\ P_{y,k+1||k} &= G_k \cdot P_{x,k+1||k} \cdot G_k^T + S \\ P_{x,k+1||k+1} &= P_{y,k+1||k} - K_{k+1} \cdot P_{y,k+1||k} \cdot K_{k+1}^T \end{aligned} \quad (15)$$

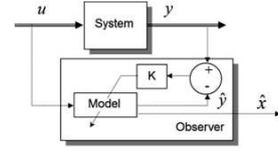


FIGURE 5. Principe du filtre de Kalman (Dinh et al. (2009)).

- (4) le gain K est calculé en utilisant les matrices de covariance actualisées :

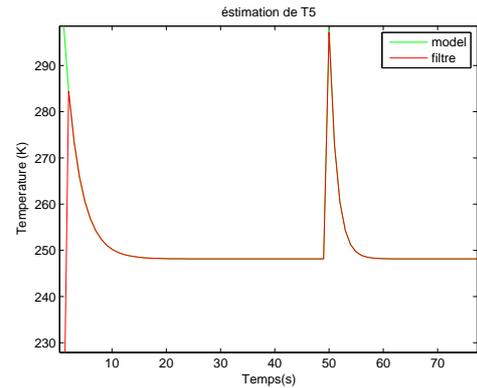
$$K_{k+1} = P_{x,k+1||k} \cdot G_{k+1}^T \cdot P_{y,k+1||k}^{-1} \quad (16)$$

- (5) le vecteur d'état prédit est corrigé en utilisant le gain optimal K :

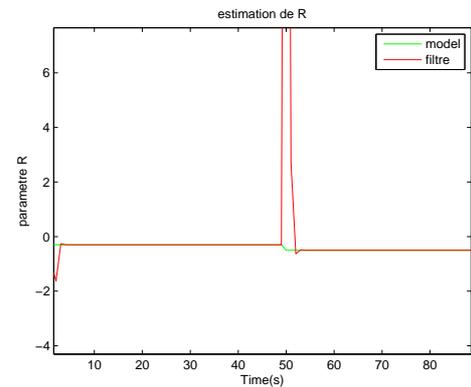
$$\hat{x}_{k+1||k+1} = \hat{x}_{k+1||k} + K_{k+1} \cdot (y_{k+1} - \hat{y}_{k+1||k}) \quad (17)$$

La Figure 5 montre le principe de ce filtre.

Pour appliquer le FKE, l'ensemble des équations (9) a été considéré pour l'échangeur de chaleur équivalent (avec 10 discrétisations spatiales) et nous avons imposé les paramètres $R(t)$ et $C(t)$. Une variation de $R(t)$ en échelon conduit aux résultats des Figures 6a-6b. Quand on fait varier $R(t)$ en sinusoïde, on obtient les résultats des Figures 7a-7b.



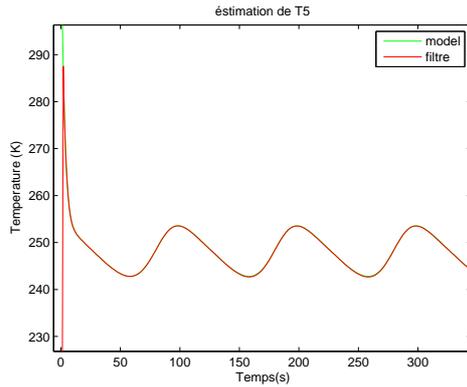
(a) Température estimée ($i = 5$ et $N_d = 10$)



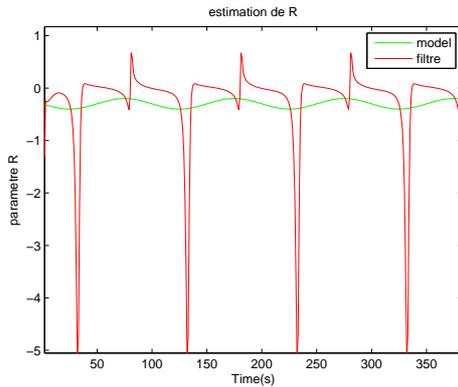
(b) Paramètre $R(t)$

FIGURE 6. Estimation de la température et du terme résistif avec le FKE pour R en échelon.

Ces résultats montrent que le FKE estime le vecteur d'état et le paramètre $R(t)$ (malgré l'apparition d'un grand pic à l'instant où l'échelon est appliqué) quand ce dernier varie



(a) Température estimée ($i = 5$ et $N_d = 10$)



(b) Paramètre R

FIGURE 7. Estimation de la température et du terme résistif avec le FKE pour R sinusoïdal.

en échelon. Cependant, lors des essais de variation de $R(t)$ en sinusoïde (Figures 7a-7b), le FKE ne converge plus vers le véritable $R(t)$, bien que l'estimation du vecteur d'état soit satisfaisante. Les mêmes constatations ont été faites pour des variations de $R(t)$ en signal rampe. Il est aussi à noter que le FKE appliqué à notre modèle d'échangeur de chaleur est très sensible aux variations des matrices de réglage Q et S (matrices d'autocorrélation pour les bruits sur l'état et la sortie). Ces matrices ont été trouvées par réglage en effectuant plusieurs simulations.

5. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons modélisé l'un des éléments essentiels de la station de refroidissement 2kW, qui est l'échangeur de chaleur. Ce modèle s'est avéré cohérent avec les résultats expérimentaux. Une première implémentation du filtre de Kalman étendu a de plus été proposé pour estimer les paramètres de transport du système. Bien que le filtre se soit avéré particulièrement efficace pour l'estimation de paramètres constants, des difficultés notables sont apparues pour le cas de paramètres temps-variant, ce qui fera l'objet de développements futurs (i.e. application de la stratégie d'estimation des paramètres de transport proposée dans Witrant and Marchand (2012)).

RÉFÉRENCES

Averous, D., Hammadi, K., Pingaud, H., Joulia, X., and Guittard, P. (1995). Dynamic simulation of brazed

- plate-fin heat exchangers. *Computers and Chemical Engineering*, 19, 447–450.
- Bradou, B. (2010). *Modélisation, Simulation et Contrôle des installations cryogéniques du CERN*. Ph.D. thesis, Supélec.
- Dinh, V., Forgez, C., El Khadri Benkara, K., and Friedrich, G. (2009). Impedance observer for a li-ion battery using kalman filter. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 58(8), 3930–3937.
- Garcia-Cascales, J., Vera-Garcia, F., Corberan-Salvador, J., and Gonzalvez-Macia, J. (2007). Assessment of boiling and condensation heat transfer correlations in the modelling of plate heat exchangers. *International Journal of Refrigeration*, 30, 1029–1041.
- Han, D., Lee, K., and Kim, Y. (2003). Experiments on the characteristics of evaporation of r410a in brazed plate heat exchangers with different geometric configurations. *Applied Thermal Engineering*, 23, 1209–1225.
- Hayes, N., Jokar, A., and Ayub, Z. (2011). Study of carbon dioxide condensation in chevron plate exchangers; heat transfer analysis. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54, 1121–1131.
- Longo, G. and Gasparella, A. (2007). vaporisation inside a commercial brazed plate heat exchanger, international journal of heat and mass transfer. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32, 107–116.
- Narataruksa, P., Triratana, P., Pana-Suppamassadu, K., Heggs, P., and Tia, S. (2008). Dynamic simulation of plate and frame heat exchanger undergoing food fouling : coconut milk fouling case study. *ScienceAsia*, 34, 229–237.
- Srihari, N., Prabhakara Rao, B., Sunden, B., and Das, S. (2005). Transient response of plate heat exchangers considering effect of flow maldistribution. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48, 3231–3243.
- Verlaet, B., Van Beuzekom, M., and Van Lysebetten, A. (2008). CO₂ cooling for hep experiments. In *Topical Workshop on Electronics for Particle Physics*, 328–336. Naxos, Greece.
- Witrant, E. and Marchand, N. (2012). *Modeling and Feedback Control for Air Flow Regulation in Deep Pits, a paraitre*. Cambridge Scientific Publishers.
- Zwalinski, L. (2011). A functional analysis of a CO₂ cooling test bench for lhc tracker upgrade. Technical report, CERN.