

Le bruit peut-il devenir un allié?

Traitements de l'information aidés par le bruit

Pierre-Olivier Amblard

Laboratoire des Images et des Signaux, UMR CNRS 5083

Groupe Non Linéaire



Exposition de Physique,
entretiens physique-industrie, juin 2004

DU BRUIT?

selon le Petit Larousse 1986,

Bruit : n. m. (de bruire). Ensemble de sons sans harmonie.
||Nouvelle répandue dans le public, retentissement. ||*Cybern.*
Perturbation de toute nature qui se superpose au signal ou aux données utiles dans un canal de transmission ou dans un système de traitement de l'information.

en théorie du signal, signal aléatoire à qui l'on confère un caractère nuisible dans les traitements.

Nombreuses activités en TS pour lutter contre le bruit :

soustraction ou réduction de bruit, contrôle actif du bruit, filtrage optimal, détection optimale ...

Mais...

dans l'analyse précédente, une hypothèse fondamentale se cache...
la linéarité

(Le Petit Larousse n'appelle-t-il pas le principe de superposition)

Or, si le linéaire ne supporte pas le bruit ...

... le non-linéaire peut parfois s'en accommoder, voire en jouer...

Signal, bruit ou fluctuation aléatoire, traitement ou système non linéaire

ingrédients nécessaires pour que le bruit devienne un allié

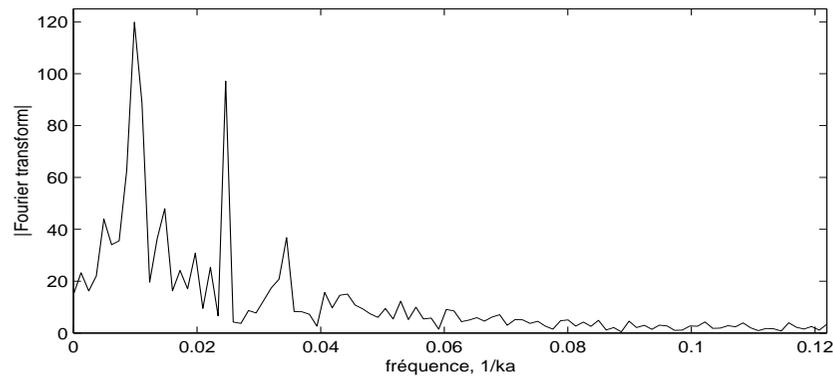
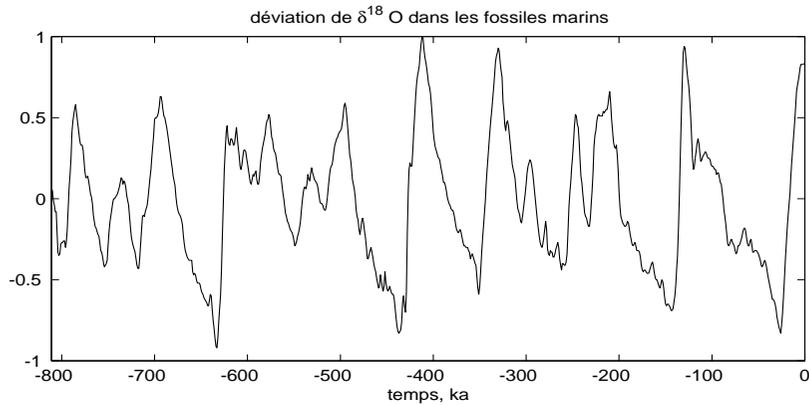
mécanisme : interaction non linéaire signal-bruit

AUJOURD'HUI, EXAMEN DE DEUX SITUATIONS...

- ⊗ Périodicité dans les changements climatiques.
explication par la résonance stochastique ?
- ⊗ Mieux entendre en ajoutant du bruit, paradoxal?
transmissions favorisées par le bruit dans les réseaux neuronaux.

PÉRIODICITÉ DES GLACIATIONS

Température

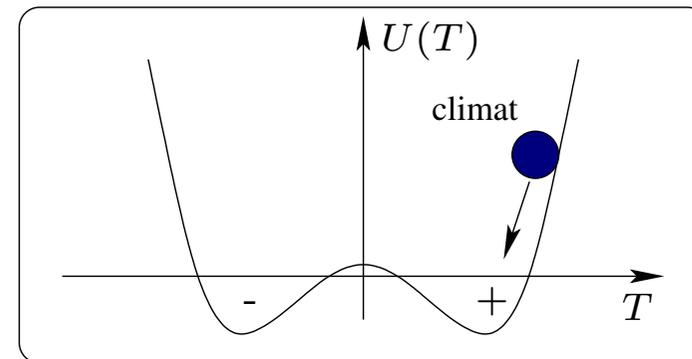


Densité spectrale

Modèle de Benzi (1981)

$$C \frac{dT}{dt} = R_{in} - R_{out}$$

$$= -\nabla_T U(T)$$



Comment basculer + \longleftrightarrow - ?

Deux idées pour aider le système

1. forçage aléatoire

(fluctuations “internes”)

naissance de la périodicité?

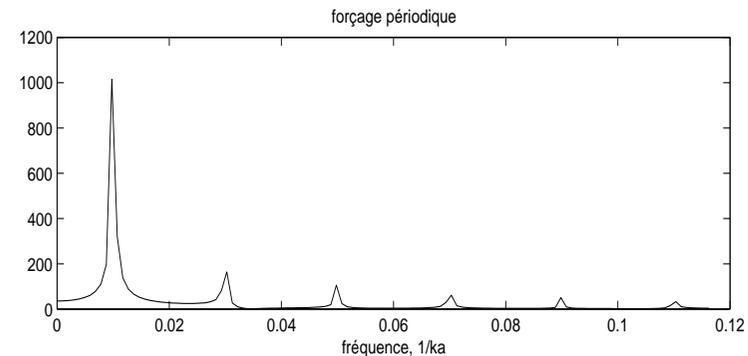
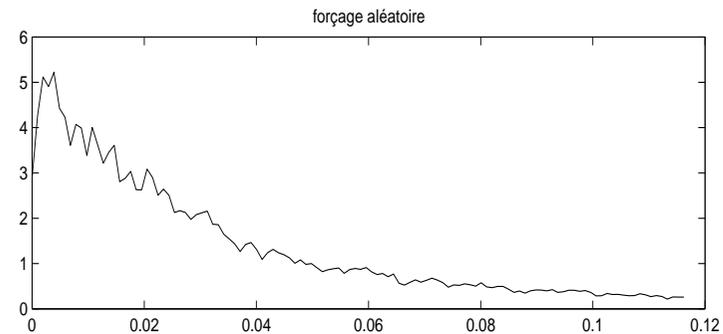
2. forçage périodique

(force externe, excentricité)

*variation de l'excentricité : 0.1 %,
insuffisant!*

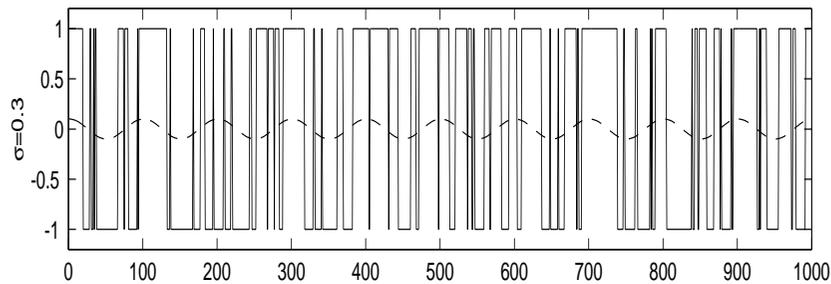
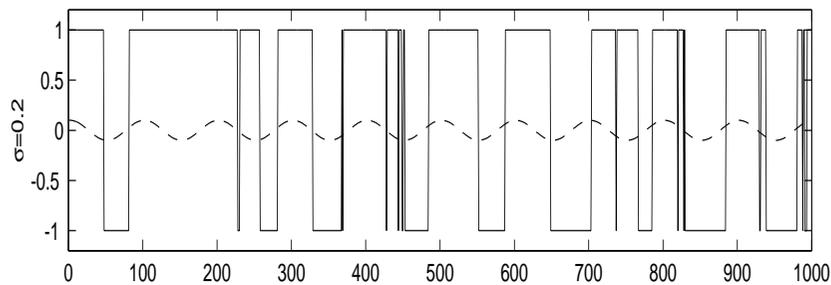
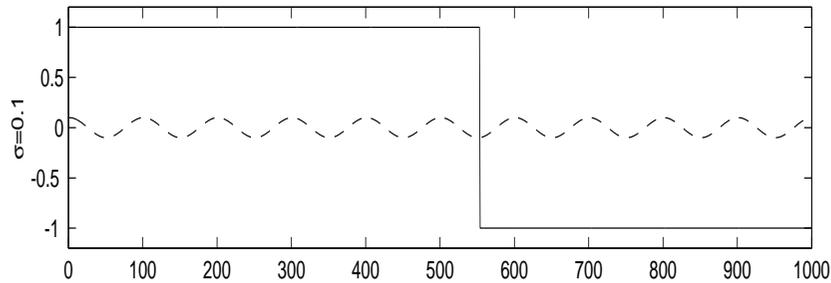
idée de R. Benzi *et. al.*, C. Nicolis

forçage conjoint : aléatoire + périodique

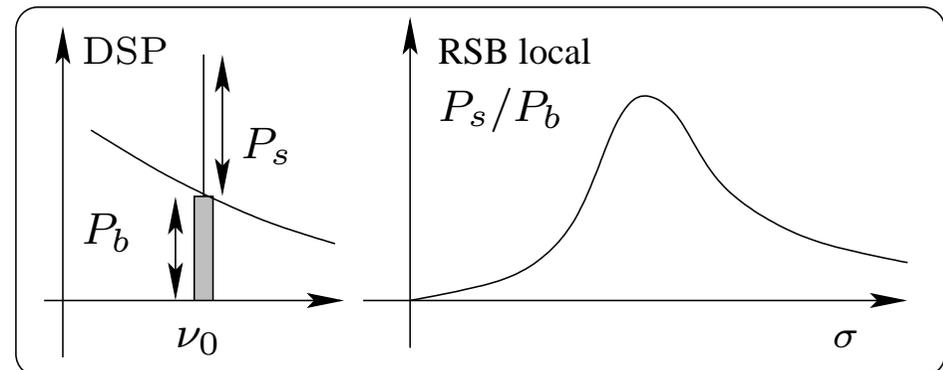
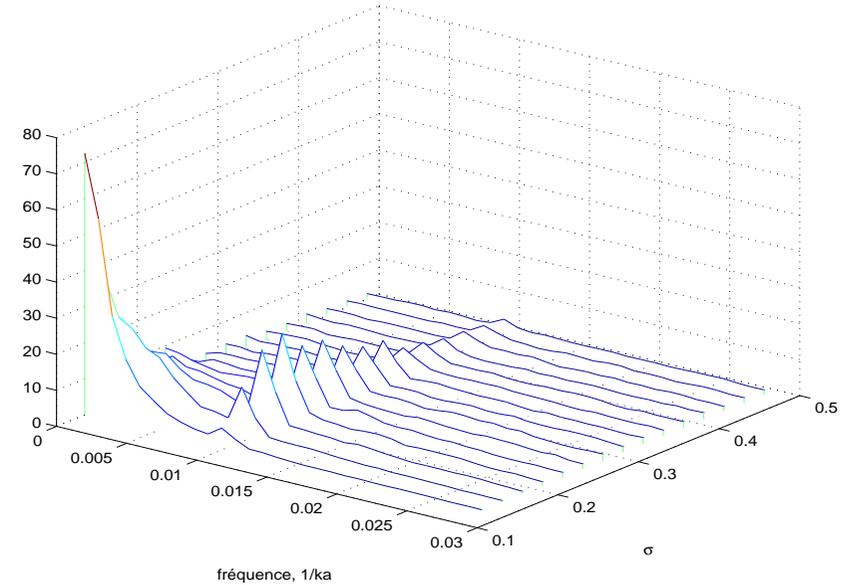


$$C\dot{T} = -\nabla_T U(T) + \varepsilon \cos(2\pi\nu_0 t + \varphi_0) + \sigma b(t) \quad \text{pour } \nu_0 = 0.01 \text{ ka}^{-1}, \varepsilon = 0.1$$

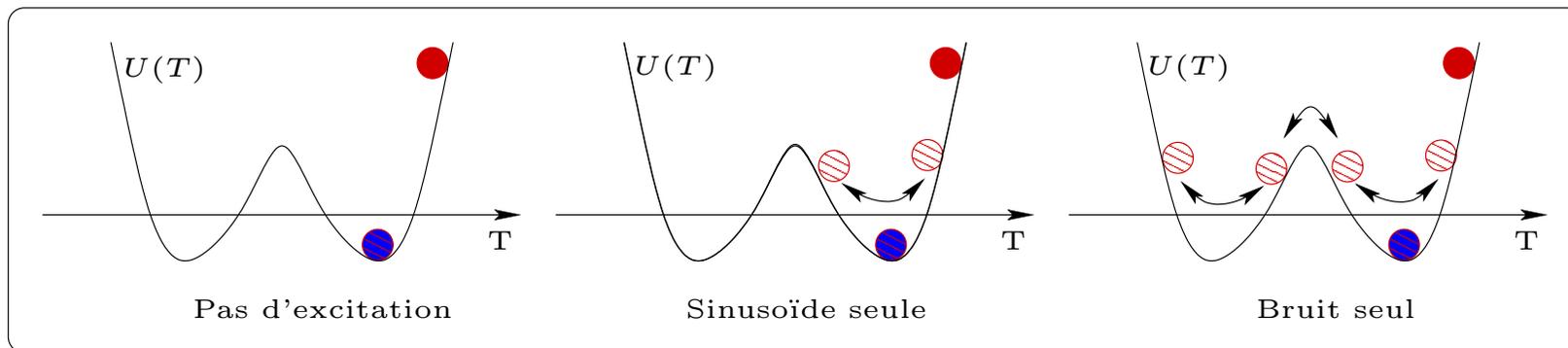
signaux entrée et sortie seuillée



densités spectrales en fonction de l'écart type du bruit d'entrée



$$C\dot{T} = -\nabla_T U(T) + \varepsilon \cos(2\pi\nu_0 t + \varphi_0) + \sigma b(t)$$

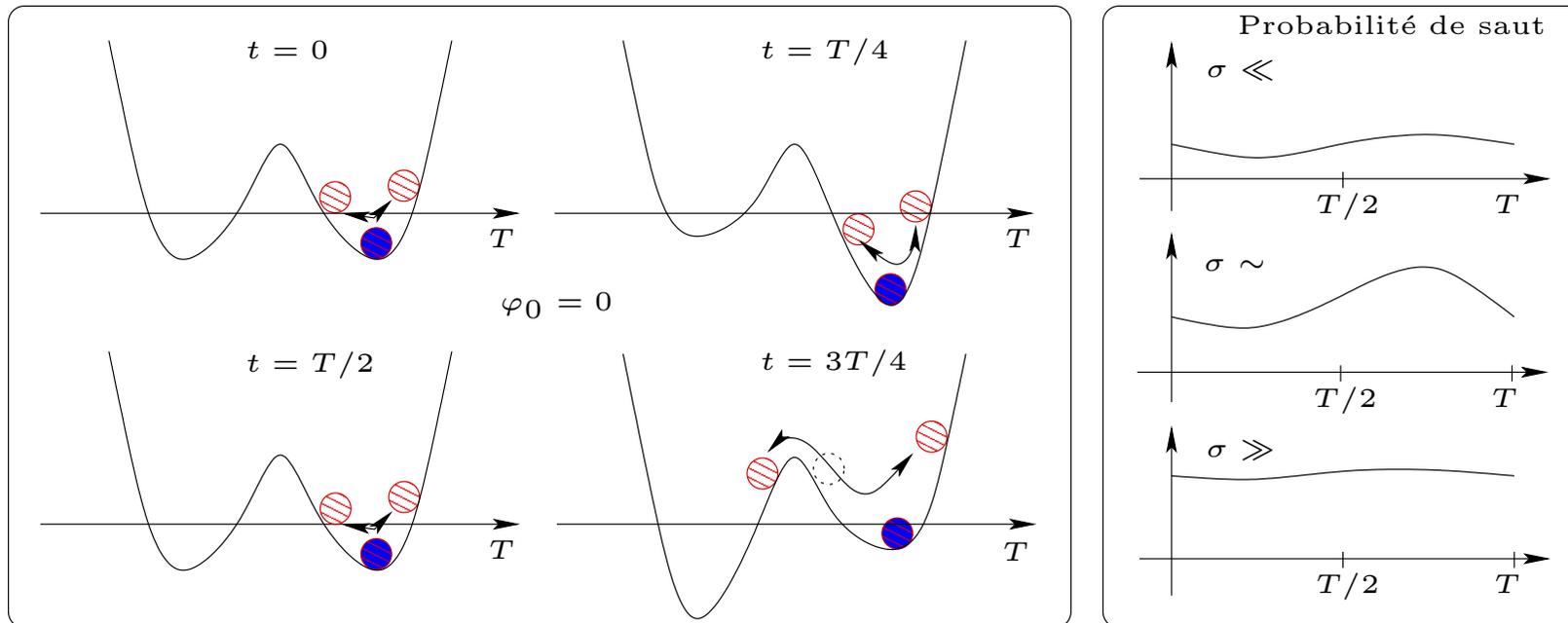


↪ **sinusoïde seule : trop faible pour faire basculer**

↪ **bruit seul : ajoute une échelle de temps :**

temps moyen pour s'échapper d'un puits = temps de Kramers

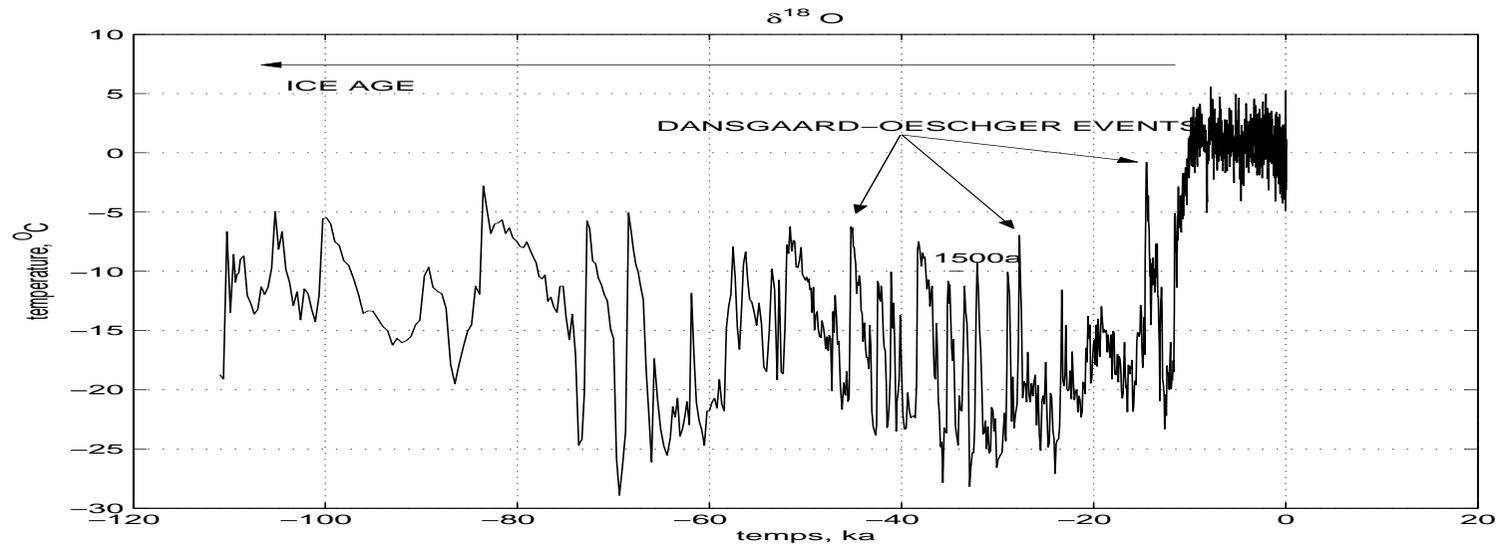
$$C\dot{T} = -\nabla_T \left\{ U(T) - T\varepsilon \sin(2\pi\nu_0 t + \varphi_0) \right\} + \sigma b(t)$$



coopération sinusoïde-bruit : “résonance stochastique”

\hookrightarrow effet fort lorsque temps de Kramers et période de la sinusoïde sont en accord $T_0 = 2T_K$

CHANGEMENTS BRUSQUES DU CLIMAT DURANT L'ÂGE GLACIAIRE...



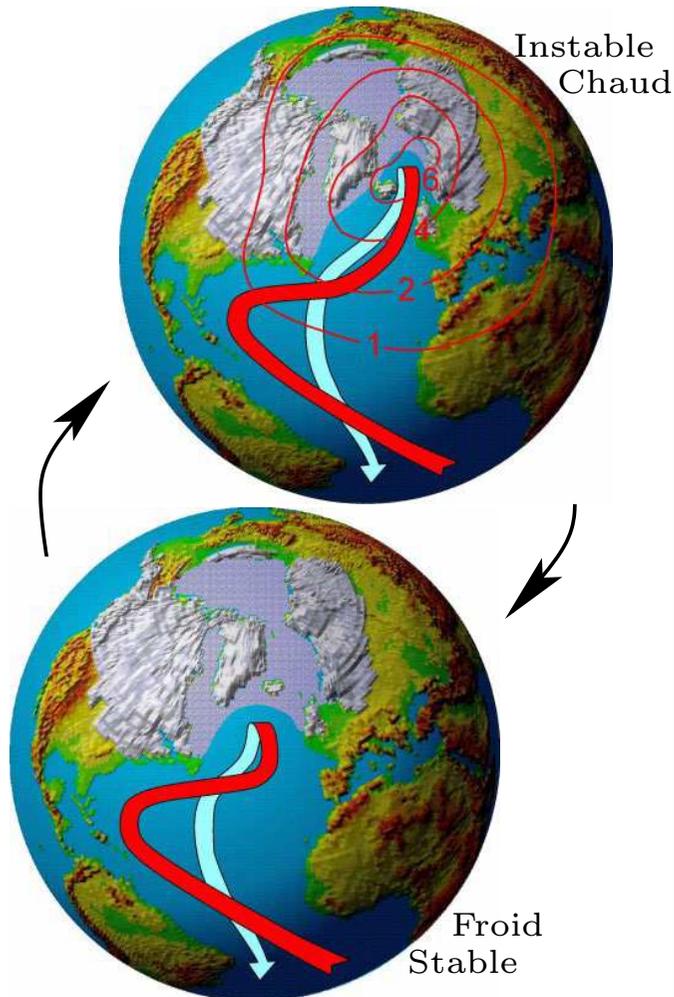
évènements de Dansgaard-Oeschger :

- ⊗ réchauffement très rapide (~ 300 ans) suivi immédiatement d'un lent refroidissement,
- ⊗ périodicité du phénomène : $\sim 1500-2000$ ans

d'origine incertaine...

Résonance stochastique? [Alley& Jung 01', Rahmstorf 02']

Circulation thermohaline



D'après S. Rahmstorf

existence de deux modes de circulation :

- ⊗ un mode “froid”, stable
- ⊗ un mode “chaud”, instable

forçage interne (aléatoire, interaction avec la calotte glaciaire)

forçage externe (périodique, variabilité solaire)

↔ permettent de passer du mode stable au mode instable conjointement

⇒ certaines évidences pour le mécanisme de Résonance Stochastique

Résonance stochastique, issue des années 80...

Mais,

l'idée de profiter du bruit est plus ancienne, et vient...

...des ingénieurs :

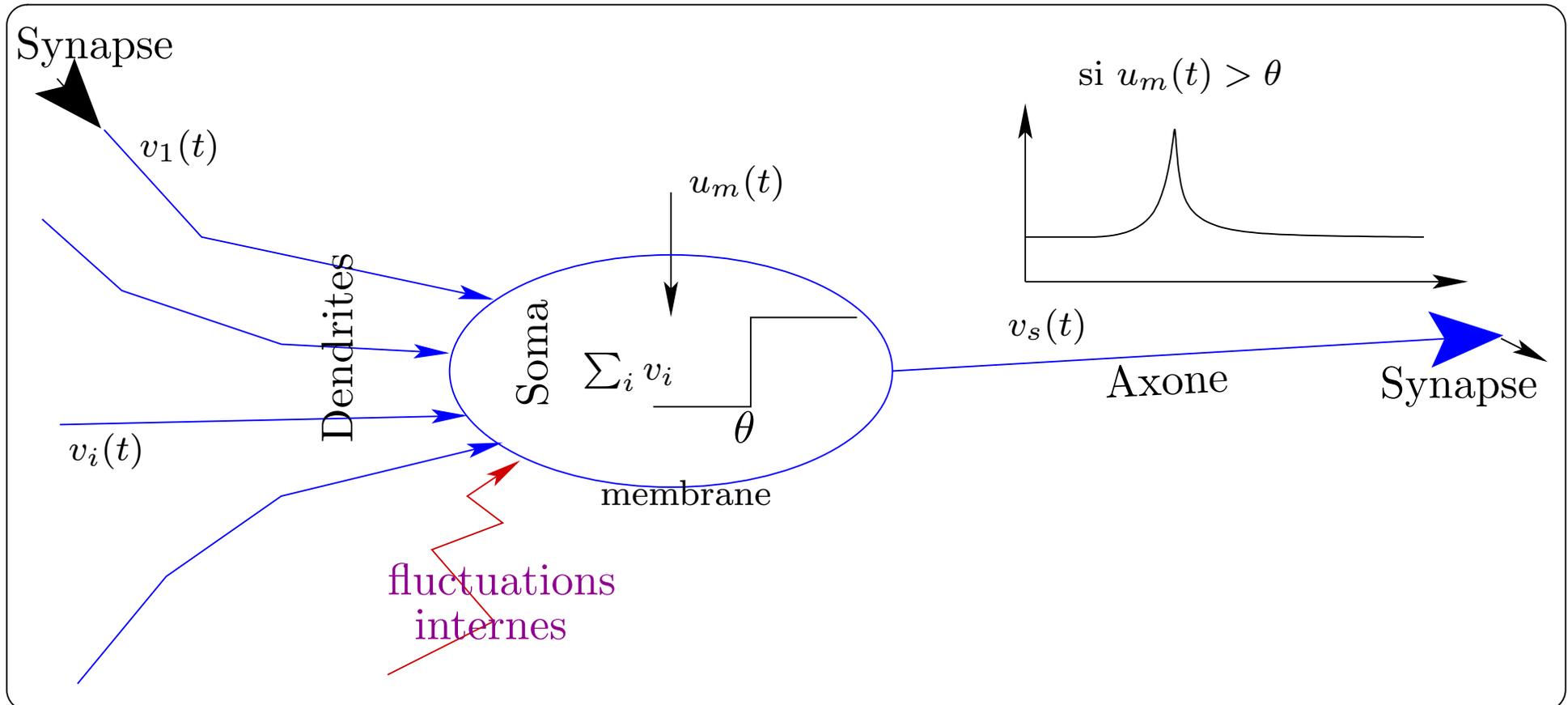
“dithering” ou l'ajout d'une pincée de bruit pour améliorer la quantification

Dans les années 90' :

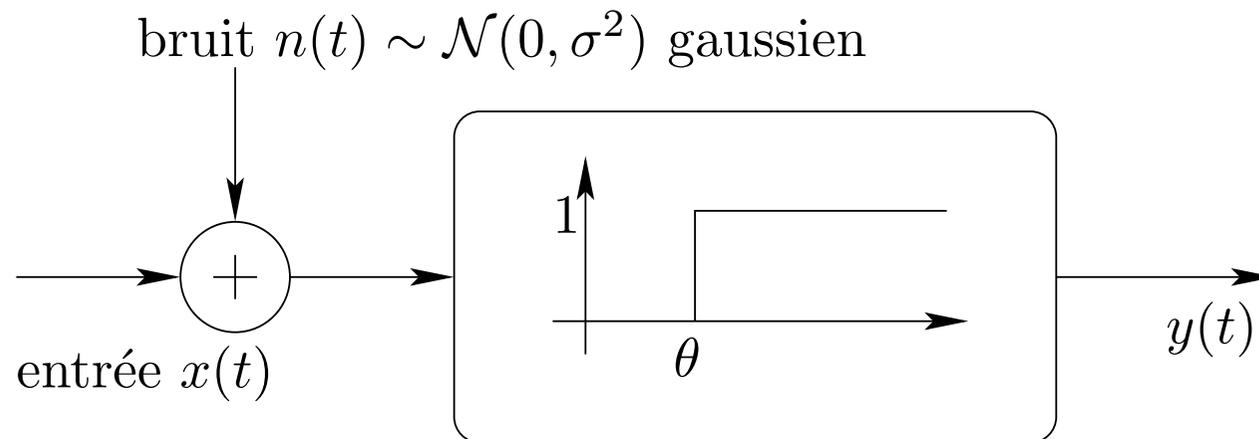
- ⊗ propagation, **transmission**, synchronisation, détection ... favorisées par le bruit
- ⊗ applications en physique (squid), en biophysique chez les **neurones**, en géophysique...

NEURONES, SEUILS ET TRANSMISSION AMÉLIORÉE PAR LE BRUIT

Neurones?



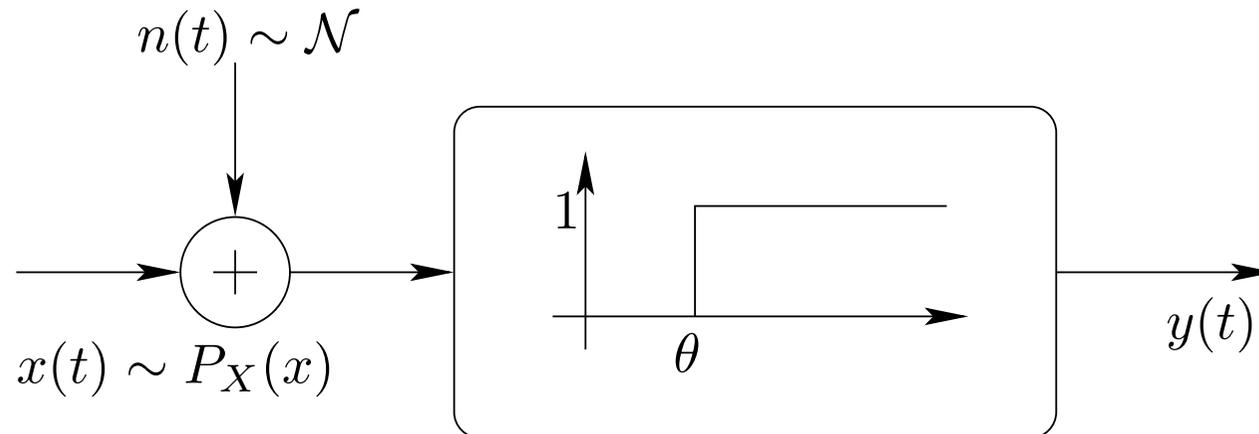
Un modèle très simplifié de neurone...



→ gaussienne $\mathcal{N}(0, \sigma_x^2)$

→ binaire $P(x(t) = 1) = 1 - P(x(t) = 0) = p$

Le neurone vu comme comme canal de transmission



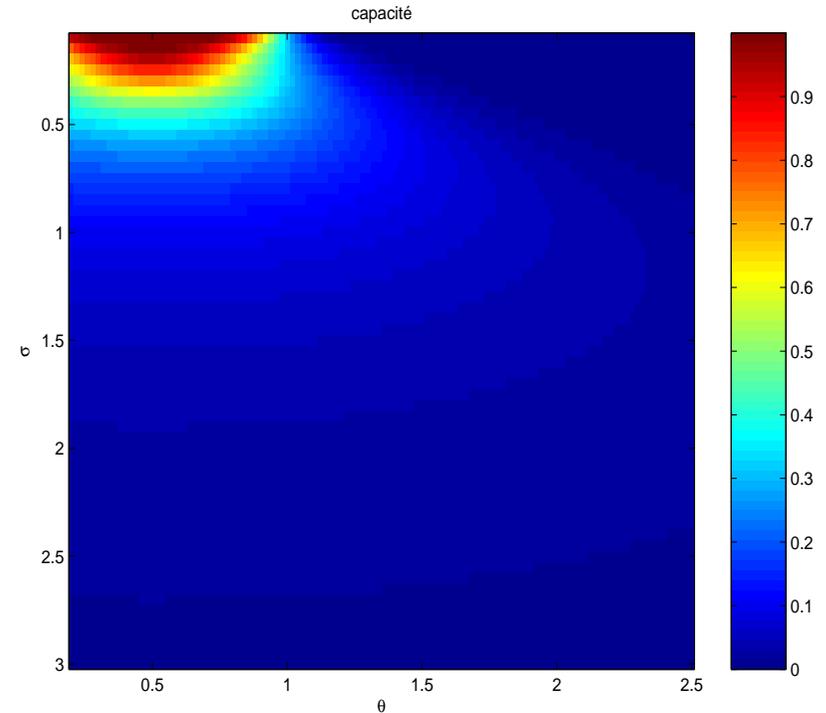
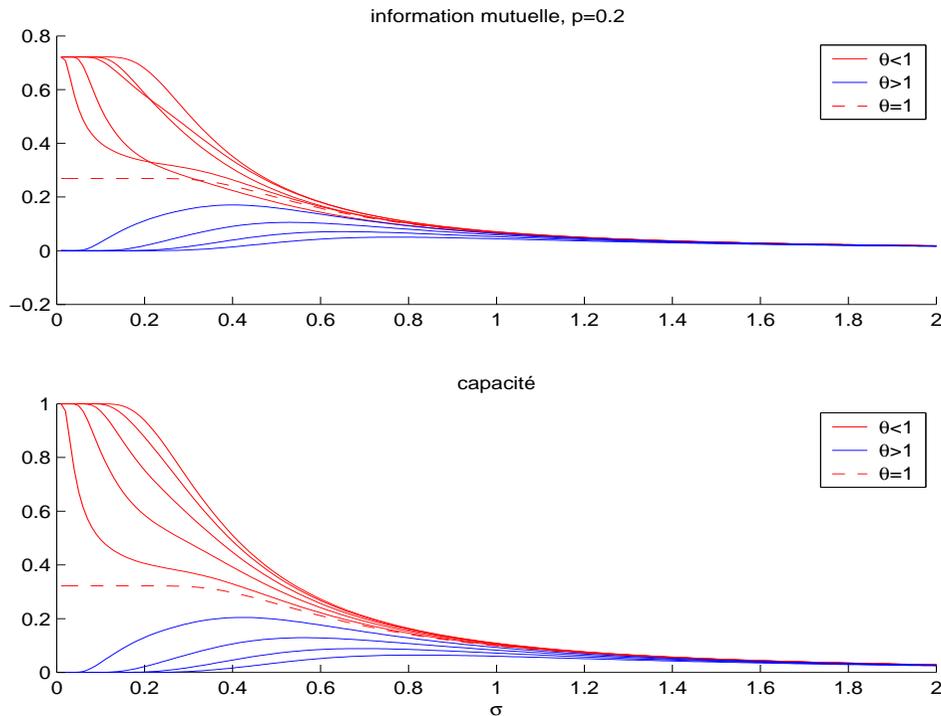
Information transmise \leftarrow *information mutuelle*

$$I(x, y) = \int P_{X,Y}(x, y) \log_2 \left(\frac{P_{X,Y}(x, y)}{P_X(x)P_Y(y)} \right) dx dy = \begin{cases} H(Y) - H(Y|X) \\ 0 \Leftrightarrow X, Y \text{ indépendants} \end{cases}$$

Qualité du canal \leftarrow *capacité*

$$C = \sup_{P_X} (I(x, y)) = \text{Taux maximal sans erreur [Shannon]}$$

Qualité de la transmission d'information

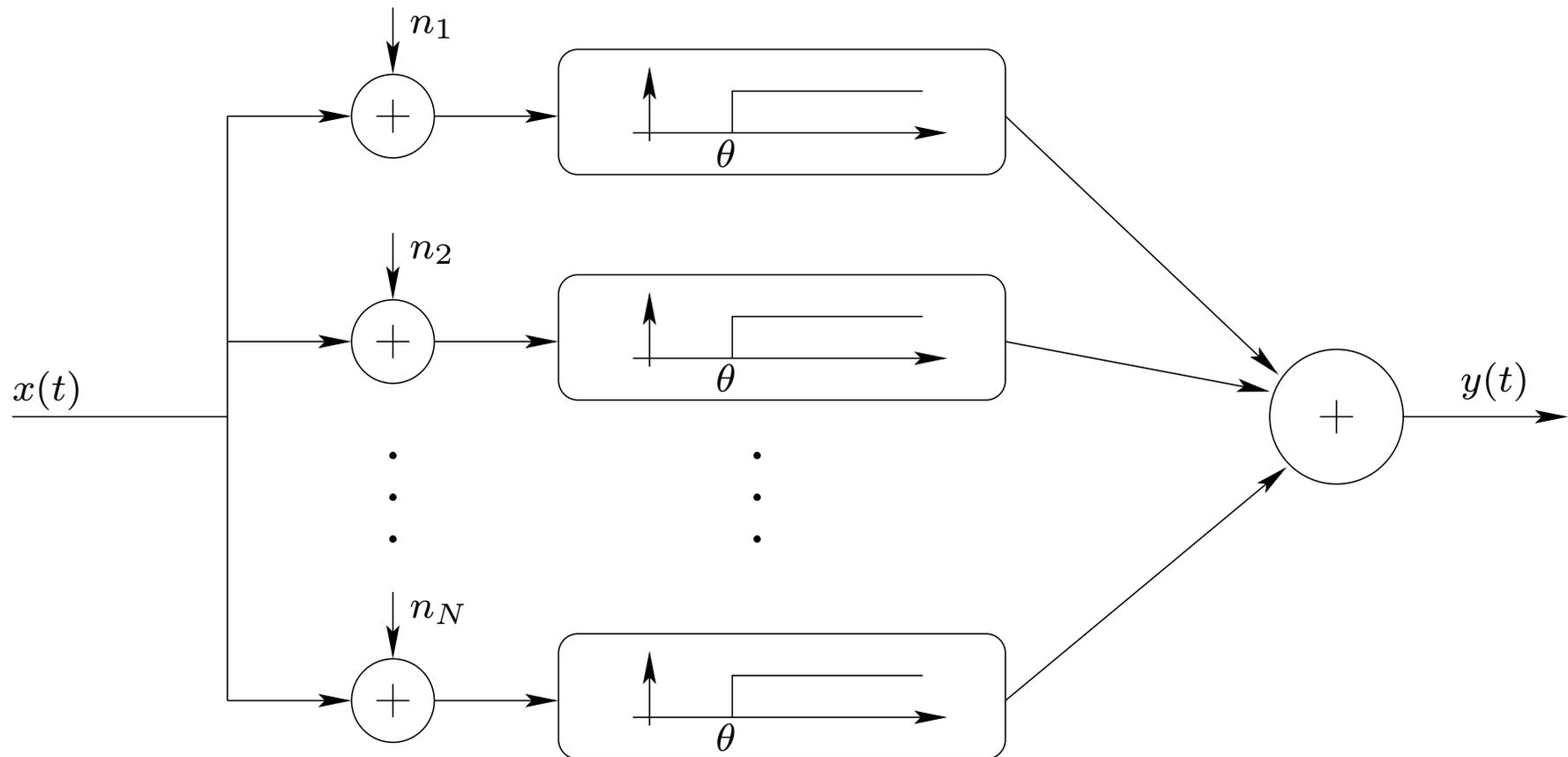


↪ amélioration par ajout de bruit si $\theta > x_{\max}$: **signal sous-seuil**

↪ adaptation : $\theta < x_{\max}$: **signal sur-seuil**, plus d'amélioration par le bruit.

dommage lorsque les fluctuations internes sont présentes...

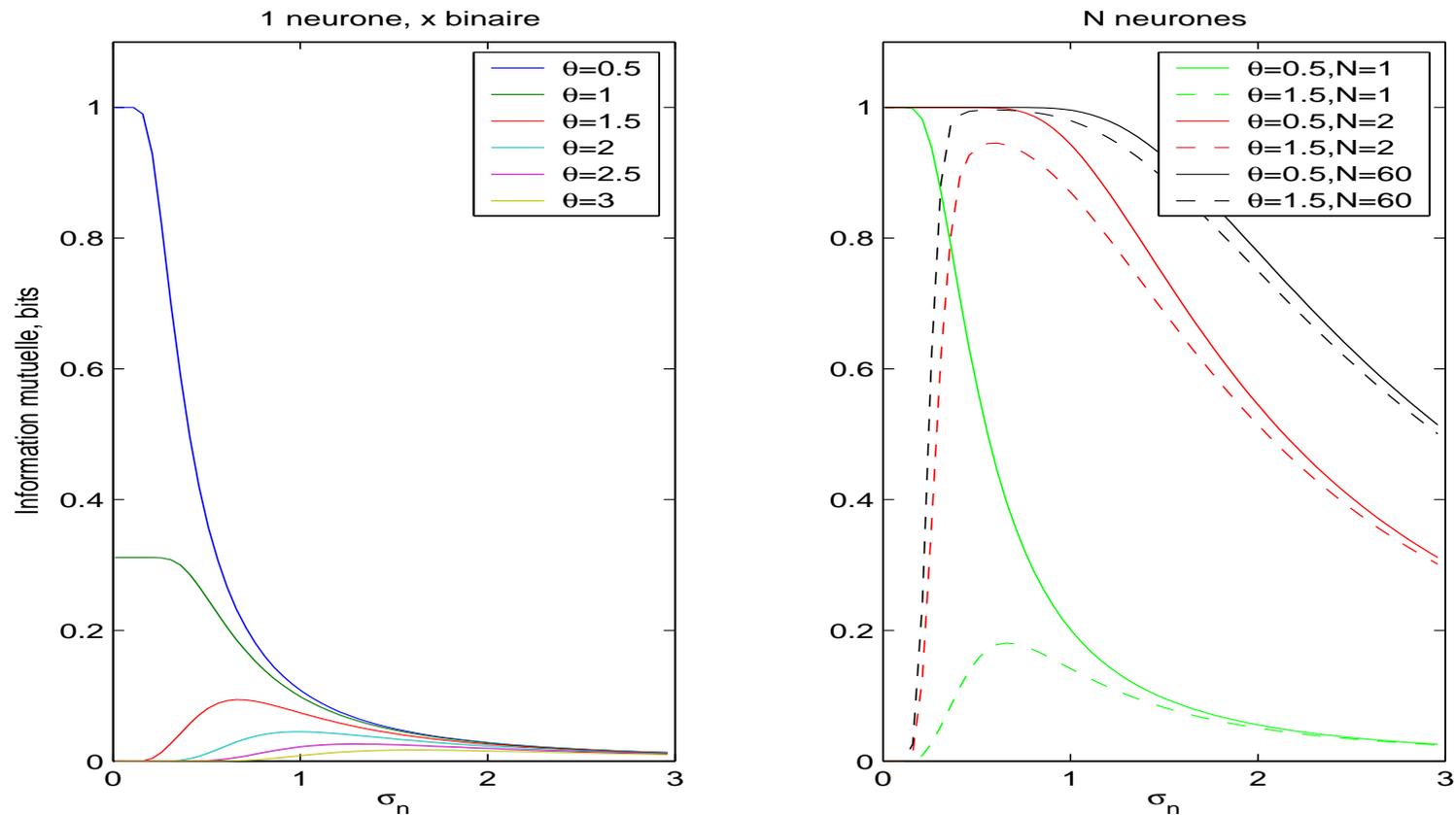
Mise en réseau, [Stocks, N., Warwick Univ.]



N bruits indépendants identiquement distribués n_i

$y(t)$ a N états possibles

Si l'entrée est binaire

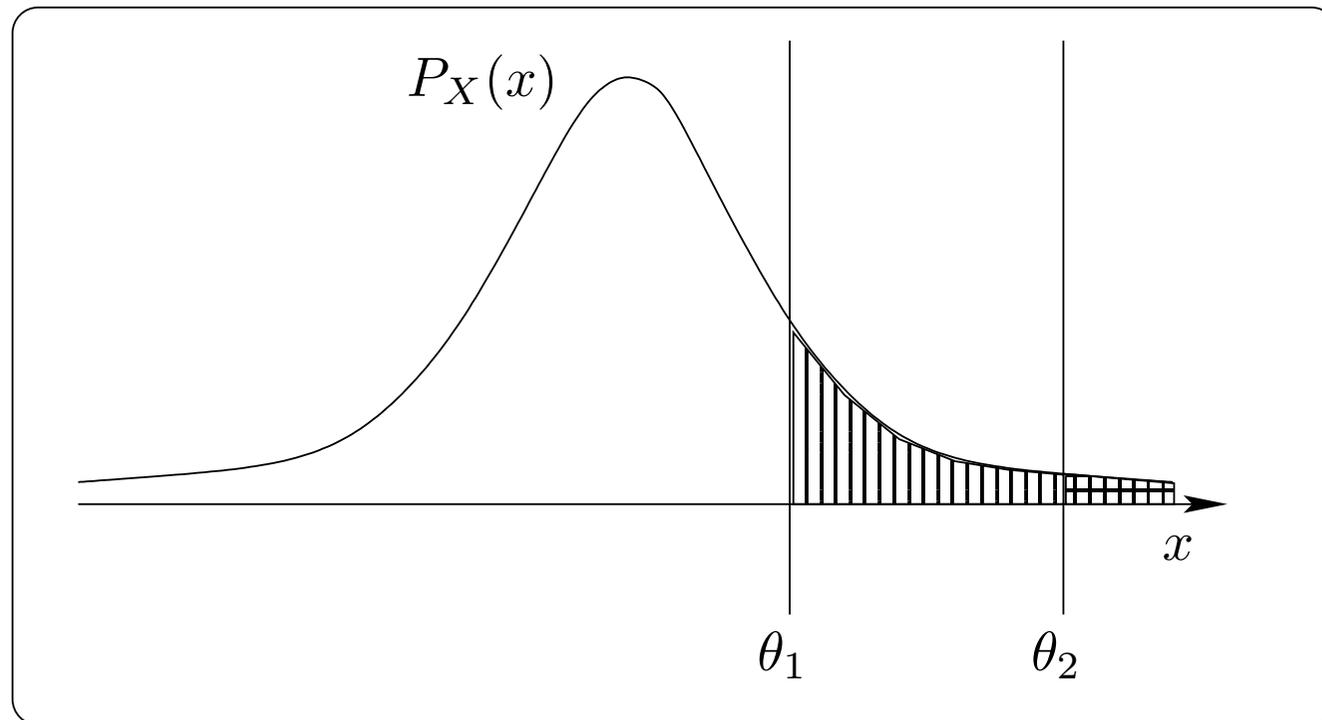


↪ l'information transmise augmente avec N et l'ajout de bruit

↪ diversité "spatiale" qui permet de moyennner

Si l'entrée est gaussienne

Peut-on parler d'un signal sous- ou sur-seuil? $x(t) \in \mathbb{R}$

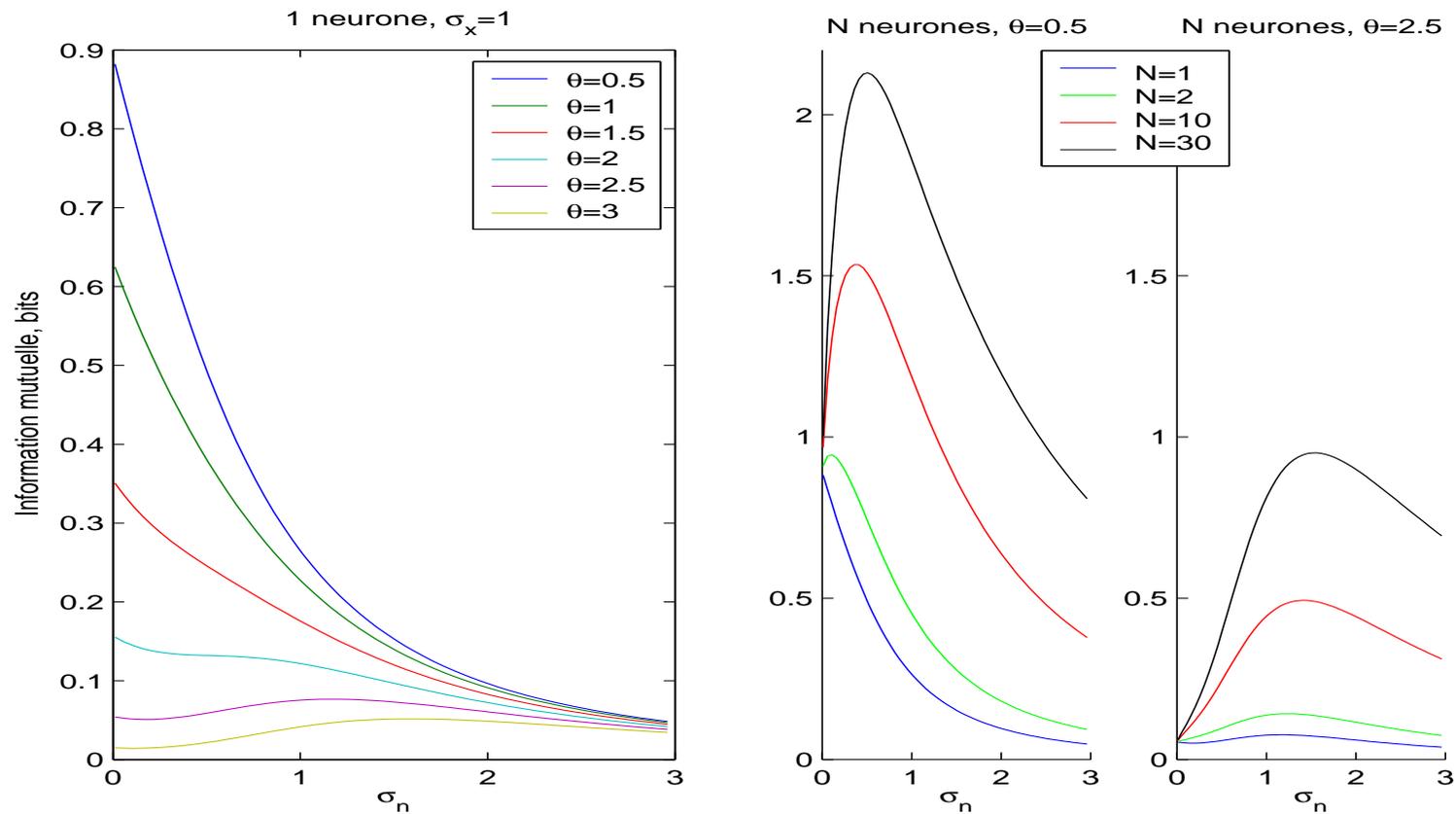


⊗ Pour θ_1 , $\text{Proba}(x(t) > \theta_1) \sim \longrightarrow$ signal sur-seuil,

⊗ Pour θ_2 , $\text{Proba}(x(t) > \theta_2) \ll \longrightarrow$ signal sous-seuil,

\hookrightarrow existence probable d'un effet d'amélioration par le bruit

entrée gaussienne



↪ existence d'un seuil qui maximise l'information de sortie $I = (N + 1)$ bits.

↪ amélioration de la transmission de l'information conjointement par

adaptation de seuil *et* ajout de bruit

Que Franquin nous éclaire. . .

POUR TERMINER...

Amélioration des traitements par le bruit :

outre des évidences expérimentales sur des systèmes physiques,

Des évidences expérimentales dans le vivant

- ⊗ cellules mécanoréceptrices des écrevisses, neurones CA 1 hippocampales du rat, système sensoriel du criquet, système de capture et de localisation des proies du poisson-pagaie (paddlefish),...
- ⊗ expériences psychophysiques sur le toucher, la vision

Des applications possibles?

Transporter les effets naturels à des traitements artificiels

- ⊗ Des débuts prometteurs dans les implants cochléaires : amélioration de la transmission de certains formants de voyelles [Morse, R., Stocks, N.] ...
- ⊗ Rétines [EPFL]...

Outre ces recherches fondamentales,

- ⊗ des réalités : “dithering” ou amélioration de la quantification pour les conversions A/D, système de détection de courant continu dans du bruit en $1/f$ [Bulsara, A.], ...