

Séparation de signaux ZCM: application en radar SSR

Nicolas PETROCHILOS¹, Pierre COMON²

¹TSI-UMR CNRS 5516, Université Jean Monnet, 23 rue du Docteur Paul Michelon 42023, Saint-Etienne Cedex 2

²I3S-CNRS, Université de Nice, Algorithmes, 2000 route des Lucioles, BP.121, 06903 Sophia-Antipolis, France
nicolas.Petrochilos@univ-st-etienne.fr

Résumé – Une étude statistique des réponses des radars secondaires de surveillance démontre leur pseudo-gaussianité à l’ordre cinq. Une conséquence est que l’on ne peut pas faire confiance aux méthodes de séparation de sources se basant sur les statistiques d’ordre trois et quatre. Néanmoins on s’aperçoit que lorsque les signaux source ne sont pas complètement recouverts, les méthodes d’ordres supérieurs de séparation de sources fonctionnent; on en déduit une méthode qui utilise alors expressément cette propriété. La combinaison de cette méthode avec notre algorithme permet de séparer les réponses dans tous les cas à un coût réduit.

Abstract – A statistical study of Secondary Surveillance Radars (SSR) exhibits an apparent Gaussianity up to order five. One of the consequences is that one cannot use without precaution the blind source separation algorithms based on cumulants of order three or four. Nevertheless, when source signals do not completely overlap, these blind source separation algorithms may still work; this property yields a low cost source separation algorithm, subsequently described.

1 Introduction

Un des outils qui permettent aux contrôleurs aériens d’assurer la sécurité des avions en vol est le radar secondaire de surveillance (SSR). Ce radar ne détecte pas la réflexion d’un écho sur un avion comme un radar primaire, mais fonctionne sur un mode de questions-réponses. Les avions possèdent un transpondeur dont le but est de recevoir et répondre aux requêtes du radar secondaire. Bien que le trafic aérien ait augmenté de manière significative, le SSR a été peu amélioré, et seulement dans le protocole. Une proposition naturelle [1] est d’utiliser une antenne passive à formation de voies, dont l’avantage est de pouvoir bénéficier de plusieurs sorties afin de pouvoir séparer les sources.

On présente une **distribution non gaussienne simple dont les statistiques d’ordre 3 et 4 sont toutes égales à zéro**. En outre, on montre que les réponses de radar SSR sont bien approximées par cette distribution, d’où un intérêt pratique évident. Par sécurité, il faut donc utiliser avec méfiance les algorithmes de types JADE [2] ou CoM [3], qui n’exploitent pas les statistiques d’ordre plus élevé que 4, ni la mémoire de la modulation. Un algorithme développé dans [1, 4], MDA, est une solution adaptée au problème SSR, mais lorsque les paquets de réponses sont peu recouverts, l’algorithme MDA est mis en échec. En revanche, le comportement des techniques JADE ou CoM suggère alors une solution pour éviter ce problème.

2 Modèle et statistiques

Une distribution pseudo-gaussienne, Zéro Constant Modulus (ZCM), est définie ci-après, puis les réponses SSR sont présentées, et leur convergence vers cette distribution aussi.

2.1 Une distribution pseudo-Gaussienne

Soit une variable aléatoire $s[n]$ qui prend ses valeurs soit en zéro soit sur le cercle unité, avec les probabilités:

$$\begin{aligned} P(s[n] = 0) &= \frac{1}{2} \\ P(|s[n]| = 1) &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

avec une distribution uniforme sur le cercle unité. Nous qualifierons une telle variable aléatoire de ZCM (Zero Constant Modulus).

La moyenne est alors égale à:

$$\mu = \int s P(s) ds = 0 \times \frac{1}{2} + \left(\oint_{\mathcal{C}} s \frac{1}{2\pi} ds \right) \frac{1}{2} = 0$$

où $\mathcal{C}$ est le cercle unité. De même, avec les notations habituelles pour les moments, on obtient:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &\stackrel{\text{def}}{=} E\{ss^*\} = \frac{1}{2} \\ E\{s^2\} = E\{s^3\} = E\{s^2 s^*\} &= 0 \\ E\{s^4\} = E\{s^3 s^*\} &= 0 \\ \mu_4 = E\{s^2 (s^2)^*\} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Soient plusieurs variables ZCM, s_i ; on définit leurs moments croisés du quatrième ordre:

$$\mu(ij; kl) = E\{s_i s_k^* s_j s_l^*\}$$

ainsi que les cumulants associés:

$$\begin{aligned} \text{cum}_{ij;kl} &= \mu(ij; kl) - E\{s_i s_k^*\} E\{s_j s_l^*\} \\ &\quad - E\{s_i s_l^*\} E\{s_j s_k^*\} - E\{s_i s_k^*\} E\{s_j s_l^*\}. \end{aligned}$$

Après calcul, il s’avère que tous les cumulants marginaux d’ordre 3, 4, et 5 des variables ZCM sont nuls. Par exemple:

$$\text{cum}(s)_{11;11} = \mu_4 - 2(\sigma^2)^2 - |E\{s^2\}|^2 = 0$$

En l’absence d’usage de statistiques d’ordre strictement supérieurs à 5, une variable aléatoire ZCM est donc bien perçue comme une variable gaussienne.

On constate, d'après la multilinéarité des cumulants, que toute combinaison linéaire de variables aléatoires ZCM, $\mathbf{y} = \sum_i a_i s_i$, aura aussi ses cumulants d'ordre 3, 4 ou 5 tous nuls. Il apparaît alors difficile de faire confiance à des méthodes de séparation de sources utilisant des contrastes contenant ces cumulants.

2.2 Les réponses SSR

On présente uniquement le protocole "mode S", étant donné que les régulations aériennes vont forcer l'usage unique de ce mode (par opposition à l'ancien "mode A/C").

À l'émission, les transpondeurs SSR renvoient une réponse contenant soit 56, soit 112 bits; Cette information est codée par un code de Manchester qui consiste à remplacer un bit $b_n = 0$ par un doublet $\mathbf{b}_n = [0, 1]$ et un bit $b_n = 1$ par $\mathbf{b}_n = [1, 0]$ (front montant et descendant, ou codage de Manchester). La suite de symboles émis, $\mathbf{b}$ est composée d'un préambule suivi par les données codées:

$$\mathbf{b} = [1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_{56/112}]$$

de longueur totale $N = \{128, 240\}$. Ce préambule sert à synchroniser en temps le signal reçu (détection du début d'un paquet). Le signal émis est une modulation d'amplitude de $\mathbf{b}$ par un pulse quasi-rectangulaire $p_S(t)$ et a la forme:

$$b_S(t) = \sum_{n=0}^{127/239} \mathbf{b}[n] p_S(t - nT) \quad (1)$$

dont $\mathbf{b}[n]$ est le n ième élément de $\mathbf{b}$, et $T = 0.5 \mu s$ est la période d'échantillonnage des données.

Afin d'être émis par l'antenne, le signal est multiplié par une porteuse à la fréquence f_e , qui doit être égale à $f_c = 1090$ MHz. Mais l'Organisation Internationale de l'Aviation Civile (ICAO) permet un biais de ± 3 MHz, donc en général $f_e \neq f_c$. À cause de cette différence de fréquence, il reste toujours une fréquence résiduelle à la réception après conversion en bande de base. Cette fréquence résiduelle, $f = f_e - f_c$, cause une rotation de phase significative des symboles émis. On reçoit donc après conversion en bande de base:

$$s[n] = g b[n] \exp(2\pi j n f T) = g b[n] \phi^n \quad (2)$$

où g contient la puissance reçue et une phase représentant le délai brut à la réception du premier symbole, et $\phi = \exp(2\pi j f T)$ est le déphasage induit par la fréquence résiduelle pendant un incrément de temps.

Comportement des réponses SSR

Ainsi on constate que la probabilité d'obtenir un 0 est égale à 0.516 et la probabilité d'obtenir un 1 est 0.484. La répartition de probabilité de présence sur le cercle unité dépend du produit $N f T$, ainsi ce produit représente le nombre de tours que fera le signal sur le cercle unité. Plus ce produit sera grand, plus la distribution sur le cercle unité sera aléatoire et régulière. On notera que la valeur limite $N f T = 1$ pour un mode S court (56 bits) correspond à une fréquence de 17 kHz pour une porteuse initiale de 1 GHz avec une tolérance de 3 MHz.

Pour des raisons de simplicité, considérons un modèle simplifié de réponses SSR.

Soient les réponses réduites à la partie contenant l'information (sans le préambule) et sans gain ($g = 1$). On estime les

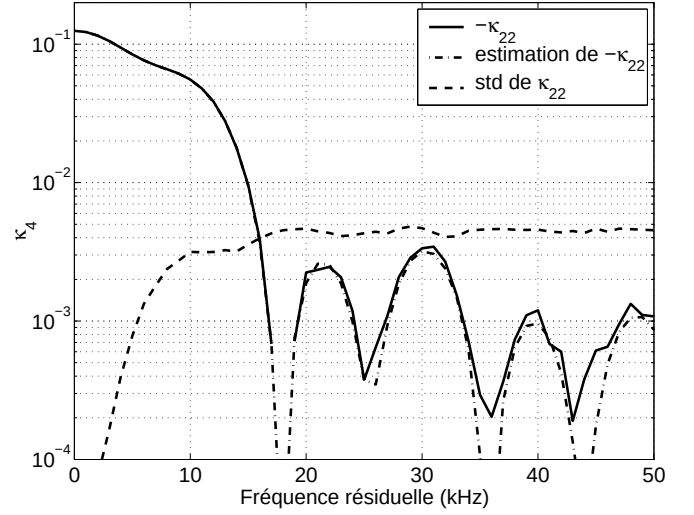


FIG. 1: Moyenne et déviation standard de κ_{22} en fonction de la fréquence résiduelle. Ces statistiques sont calculées en moyennant 1000 expériences indépendantes, chacune réalisée sur des blocs de 112 échantillons.

divers moments pour une source par simple moyennage:

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_1 &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s[n] & \hat{\mu}_{20} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} s^2[n] \\ \hat{\mu}_{11} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |s[n]|^2 & \hat{\mu}_{22} &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |s[n]|^4 \end{aligned}$$

On obtient:

$$\begin{aligned} E\{\hat{\mu}_1\} &= E\{\hat{\mu}_{21}\} = \frac{1}{2N} \frac{\phi^{N-1}}{\phi-1} & E\{\hat{\mu}_{20}\} &= \frac{1}{2N} \frac{\phi^{2N-1}}{\phi^2-1} \\ E\{\hat{\mu}_{11}\} &= \frac{1}{2} & E\{\hat{\mu}_{22}\} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

En conséquence, la moyenne de l'estimateur suivant du kurtosis ($\text{cum}(s)_{11;11}$) des sources:

$$\begin{aligned} \hat{\kappa}_{22} &= \hat{\mu}_{22} - 2(\hat{\mu}_1 \hat{\mu}_{12} + \hat{\mu}_1^* \hat{\mu}_{12}^*) - |\hat{\mu}_{20}|^2 - 2\hat{\mu}_{11}^2 \\ &+ 8|\hat{\mu}_1|^2 \hat{\mu}_{11} + 2(\hat{\mu}_1^2 \hat{\mu}_{02} + \hat{\mu}_1^{*2} \hat{\mu}_{02}^*) - 6|\hat{\mu}_1|^4 \end{aligned}$$

a pour moyenne:

$$E\{\hat{\kappa}_{22}\} = - \left[2|E\{\hat{\mu}_1\}|^4 + |2E\{\hat{\mu}_1\}^2 - E\{\hat{\mu}_{20}\}|^2 \right] \quad (3)$$

La Figure 1 montre la valeur théorique de κ_{22} en fonction de la fréquence résiduelle, son estimée sur 1000 tirages indépendants et la déviation standard de cet estimée. Après la valeur $f = 17$ kHz, la moyenne devient négligeable par rapport à la déviation standard, ce qui confirme la disparition du kurtosis.

La Figure 2 présente la somme des valeurs absolues des divers cumulants intervenant dans l'algorithme CoM pour deux sources SSR de fréquences différentes. Ces statistiques sont calculées en moyennant 1000 expériences indépendantes, chacune réalisée sur des blocs de 112 échantillons. On s'aperçoit qu'il existe beaucoup de zones sombres où tous les cumulants utilisés seront très inférieurs au bruit d'estimation.

Étant donné que les fréquences résiduelles ne sont jamais connues à l'avance, même si toutes les sources SSR ne se comportent pas comme des ZCM décrites dans la sous-section 2.1, il est préférable d'éviter d'utiliser les algorithmes de types CoM, ou JADE.

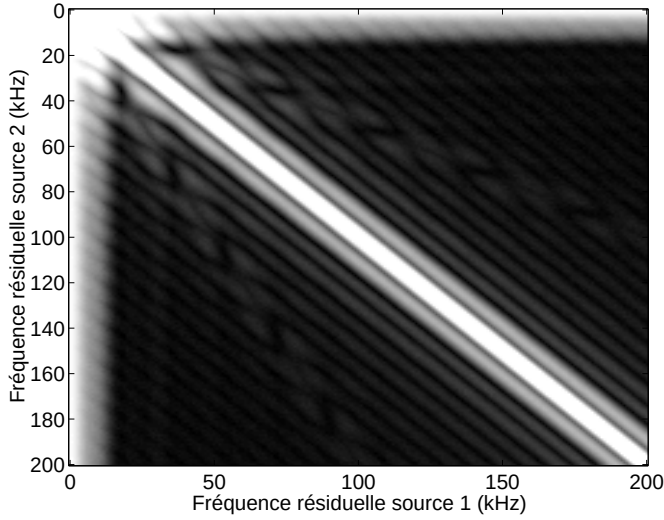


FIG. 2: Somme des valeurs absolues des divers cumulants en fonction des fréquences résiduelle de chaque source.

2.3 simulations

On considère deux scénarios: soit on reçoit deux sources ZCM, soit deux sources SSR dont les résiduels fréquentiels sont $\{35.8, 17.7\}$ kHz. les deux sources sont reçues par une antenne de 4 éléments, avec des directions d'arrivée de $[70, 110]$, un RSB de 20 dB, une longueur de 112 échantillons, et des temps d'arrivée différents.

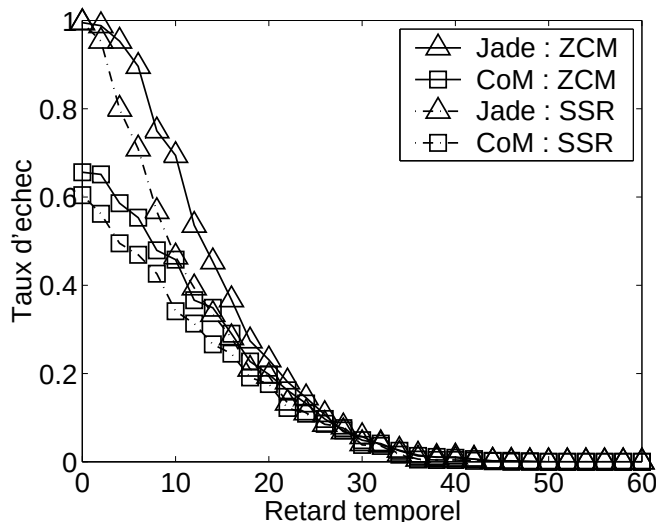


FIG. 3: Taux d'échec des algorithmes CoM et JADE pour les deux scénarios en fonction du retard temporel d'une source sur l'autre.

La Figure 3 présente le taux d'échec des algorithmes JADE [2] et CoM [3] pour les deux scénarios en fonction du retard temporel d'une source sur l'autre. Une tentative de séparation est déclarée être un échec si une des deux sources a un rapport signal à bruit plus interférences inférieur à 6dB. Le taux est calculé en moyennant 1000 expériences indépendantes.

On constate qu'effectivement à recouvrement total (retard = 0), on ne peut pas faire confiance ni à JADE, ni à CoM. Puis au fur et à mesure que le recouvrement diminue, on constate que l'algorithme se débrouille de mieux en mieux. Ceci nous suggère que ce sont les échantillons extrêmes (au début et à

la fin de l'enregistrement) qui sont déterminants pour la séparation avec JADE ou CoM. En effet, la présence de zéros au début ou à la fin d'un bloc modifie la probabilité de présence d'une source à l'origine et sur le cercle; il s'en suit que le *kurtosis apparent* des sources n'est plus nul.

Cela nous a donné l'idée d'utiliser un algorithme de projection oblique pour compenser les limitations de l'algorithme MDA lors des faibles recouvrements.

Dans le cas de l'ancien protocole (Mode A/C), la durée des réponses n'est que de 42 échantillons, et le codage est légèrement différent. En conséquence les cumulants disparaîtront qu'avec des fréquences plus grandes, et la probabilité d'avoir un fort recouvrement sera plus faible; les algorithmes d'ordre supérieurs auront donc des conditions beaucoup moins adverses, et l'article [5] est donc toujours valide.

3 Algorithmes

3.1 Modèle de réception

On considère que l'on reçoit d sources indépendantes sur une antenne à m capteurs. Les sources, $s_i(t)$, arrivent au temps τ_i avec un gain g_i . On suppose que l'hypothèse de bande étroite est vérifiée, les retards temporels entre les capteurs sont alors équivalents à des déphasages. Le vecteur bruit est blanc, et ses éléments sont Gaussiens, indépendants, identiquement distribués, et ont tous la même variance σ^2 .

On considère un intervalle de temps, L , tel que les paquets émis par chaque sources sont complets. Hors des limites du paquet, on considère que les bits émis sont égaux à zéro. On peut donc négliger les temps d'arrivée et considérer les sources reçues comme des versions complétées à zéro des paquets originalement émis:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \boxed{s_1} & 0 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & \boxed{s_d} & \end{bmatrix}$$

$\mathbf{S}$ est une matrice de taille $d \times L$ dont on ne précise pas la distribution (ZCM ou SSR), contenant les d sources sans leurs gains. On a alors classiquement [6]:

$$\mathbf{X} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (4)$$

où $\mathbf{X}$ est la $m \times L$ matrice contenant les signaux reçus sur l'antenne. $\mathbf{M}$ est la matrice $m \times d$ de mélange des sources qui contient la signature spatiale de l'antenne et le gain des sources. $\mathbf{N}$ est la $m \times L$ matrice contenant le bruit.

3.2 Algorithme MDA

Rappelons que le codage de Manchester implique que le produit du signal émis avec une version retardée d'un échantillon est nul si le récepteur est synchronisé avec la source [1]. Sinon, dans le cas où le récepteur n'est pas synchronisé, en multipliant le produit avec une version retardée d'un échantillon de plus, on obtient un résultat nul aussi:

Propriété 3.1 *Indépendamment des données transmises, le signal émis par un SSR obéit à la loi:*

$$s[n-1] s[n] s[n+1] = 0, \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad (5)$$

On recherche un filtre spatial $\mathbf{w}_i$, tel que $\mathbf{w}^H \mathbf{x} = \hat{s}_i$, en utilisant la propriété 3.1, on obtient :

$$[\mathbf{x}[k+1] \otimes \mathbf{x}[k] \otimes \mathbf{x}[k-1]]^H (\mathbf{w} \otimes \mathbf{w} \otimes \mathbf{w}) = 0 \quad (6)$$

où $\otimes$ est le produit de Kronecker.

On définit $\mathbf{P}_3$ la matrice ($N \times d^3$) qui contient les lignes $[\mathbf{x}[k+1] \otimes \mathbf{x}[k] \otimes \mathbf{x}[k-1]]^H$, alors les Eq. (6) donnent :

$$\mathbf{P}_3 \mathbf{w}^\diamond = 0, \quad \mathbf{w}^\diamond \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{w} \otimes \mathbf{w} \otimes \mathbf{w} \quad (7)$$

On présente la proposition suivante dont la preuve se trouve dans [1, 4].

Proposition 3.2 Si la matrice $\mathbf{M}$ est non singulière, les sources se recouvrent totalement, et il n'y a pas de bruit; alors pour un grand nombre d'échantillons, la matrice $\mathbf{P}_3$ a presque sûrement un rang égal à $(d^3 - d)$. Respectivement son noyau sera de dimension d et contiendra la collection de vecteurs $\mathbf{w}_i^\diamond$ $\forall i \in \{1, \dots, d\}$.

Il suffit donc d'estimer une base du noyau de la matrice $\mathbf{P}_3$. A partir de chaque vecteur (d^3) de la base on crée un tenseur de taille $d \times d \times d$. On s'aperçoit que ces d tenseurs peuvent être diagonalisés de manière jointe, et que les vecteurs propres obtenus sont les d filtres spatiaux désirés.

3.3 Projection oblique

Cet algorithme simple suppose que, pour deux sources, les sources ont toujours un retard différentiel d'arrivée, tel qu'il y ait seulement une source présente au début et à la fin de la période considérée. L'algorithme détecte le support temporel où n'est présent que la première source pour estimer son vecteur signature $\mathbf{m}_1$. Puis de même, à la fin de l'observation, on estime $\mathbf{m}_2$. La détection du nombre de sources se fait au moyen d'un test classique de blancheur sur des fractions consécutives du signal entrant.

Les filtres spatiaux $\mathbf{w}_i$ seront obtenus en déterminant la projection sur $\mathbf{m}_i$, parallèlement à $\mathbf{m}_j$ ($j \neq i$).

3.4 Simulations

Nous reprenons les mêmes scénarios que la sous-section 2.3 avec l'algorithme MDA et l'Algorithme de Projection Oblique (sur la légende: "APO").

La Figure 4 montre le taux d'échec des algorithmes MDA et APO pour les deux scénarios en fonction du retard temporel d'une source sur l'autre. On présente aussi un des résultats de la Figure 3 pour une comparaison visuelle. Les simulations ont été faites avec 1000 tirages indépendants (donc les événements rares dont le taux sera inférieur à 1% ne seront pas bien représentés).

Comme prévu par la proposition 3.2, le taux d'échec de l'algorithme MDA augmente avec le nombre d'échantillons. On constate aussi que la méthode de projection oblique (APO) réussit à séparer les sources dès 5–10 échantillons non-recouverts, et que l'on atteint la limite de résolution de cette simulation dès 10–20 échantillons (après, un échec est un événement trop rare pour être correctement observé). Il est intéressant de constater que pour le MDA les deux types de source ont le même taux d'erreur, alors que pour l'APO, ce n'est pas le cas.

On constate qu'on peut coupler le MDA et l'APO pour séparer les réponses SSR: avant 30 échantillons, on utilise le

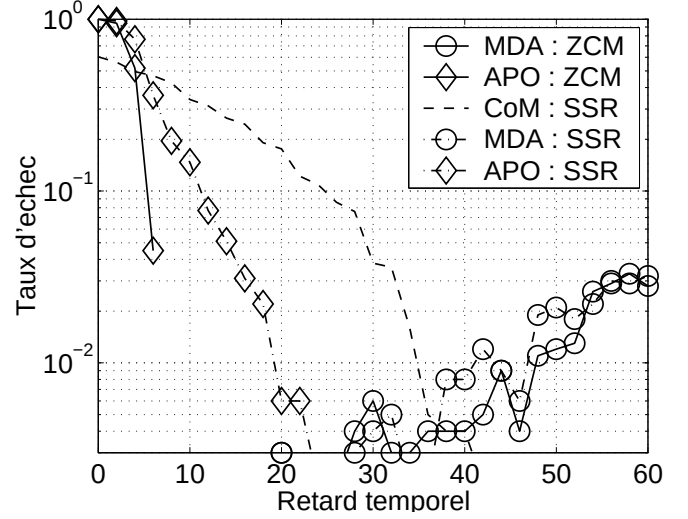


FIG. 4: Taux d'échec des algorithmes MDA et APO pour les deux scénarios en fonction du retard temporel d'une source sur l'autre.

MDA, après l'APO. L'avantage par-rapport à CoM est le bien plus faible coût de calcul: Nd^2 pour l'APO, et N^2d^6 pour le MDA contre dN^4 pour CoM. De plus la détection du nombre de sources est obligatoire dans chaque cas; ce n'est donc pas un coût supplémentaire.

4 Conclusions

Les radars secondaires de surveillance ont besoin d'être améliorés pour assurer la sécurité des usagers. Pour ce faire, nous avons présenté l'algorithme MDA, et une extension (MDA-APO) qui offre une charge commune de calcul minimale (vis-à-vis de CoM), et une solution totalement dédiée au problème. La distribution statistique des sources SSR nous a permis de découvrir une distribution gaussienne jusqu'à l'ordre 5.

Références

- [1] N. Petrochilos, "Algorithms for Separation of Secondary Surveillance Radar Replies," thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia-Antipolis et TU Delft, Nice, France, Jul 2002. ISBN 90-407-2371-0, www.i3s.unice.fr/~petro.
- [2] J.-F. Cardoso and A. Souloumiac, "Blind beamforming for non Gaussian signals," *IEE Proceedings-F*, vol. 140, pp. 362–370, Dec. 1993.
- [3] P. Comon, "Independent component analysis, a new concept?," *Signal Processing, Special issue on Higher-Order Statistics*, vol. 36, pp. 287–314, April 1994.
- [4] N. Petrochilos and A. van der Veen, "Source separation applied to the SSR case," *IEEE Transactions on sp*. In preparation.
- [5] E. Chaumette, P. Comon, and D. Muller, "An ICA-based technique for radiating sources estimation; application to airport surveillance," *IEE Proceedings - Part F*, vol. 140, pp. 395–401, Dec. 1993. Special issue on Applications of High-Order Statistics.
- [6] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research," *IEEE Sig. Proc. Magazine*, pp. 67–94, July 1996.